

TOÁN RỜI RẠC (DISCRETE MATHEMATICS)

2

XẾP HẠNG ĐỒ THỊ

Sắp xếp tôpô (xếp hạng)

- Thứ tự tôpô của một đồ thị có hướng là một thứ tự sắp xếp của các đỉnh sao cho với mọi cung từ u đến v trong đồ thị, u luôn nằm trước v .
- Thuật toán để tìm thứ tự tôpô gọi là thuật toán sắp xếp tôpô.
- Thứ tự tôpô tồn tại khi và chỉ khi đồ thị không có chu trình. Đồ thị có hướng không có chu trình luôn có ít nhất một thứ tự tôpô, và có thuật toán để tìm thứ tự tôpô trong thời gian tuyến tính.

Giải thuật xếp hạng

1)- Khởi tạo:

Γ_i là tập hợp các ảnh của i (các đỉnh đi từ i)

d_i^- là số tạo ảnh của i ($\forall i \in X$), (tổng số đỉnh đến i)

$$k=0 \quad S_k = \{s\}$$

2)- Với mỗi k thực hiện:

$$S_{k+1} = \emptyset$$

Với mỗi $i \in S_k$ thực hiện :

$$r(i) = k$$

Với mỗi j là ảnh của i (đỉnh đi từ i) thực hiện:

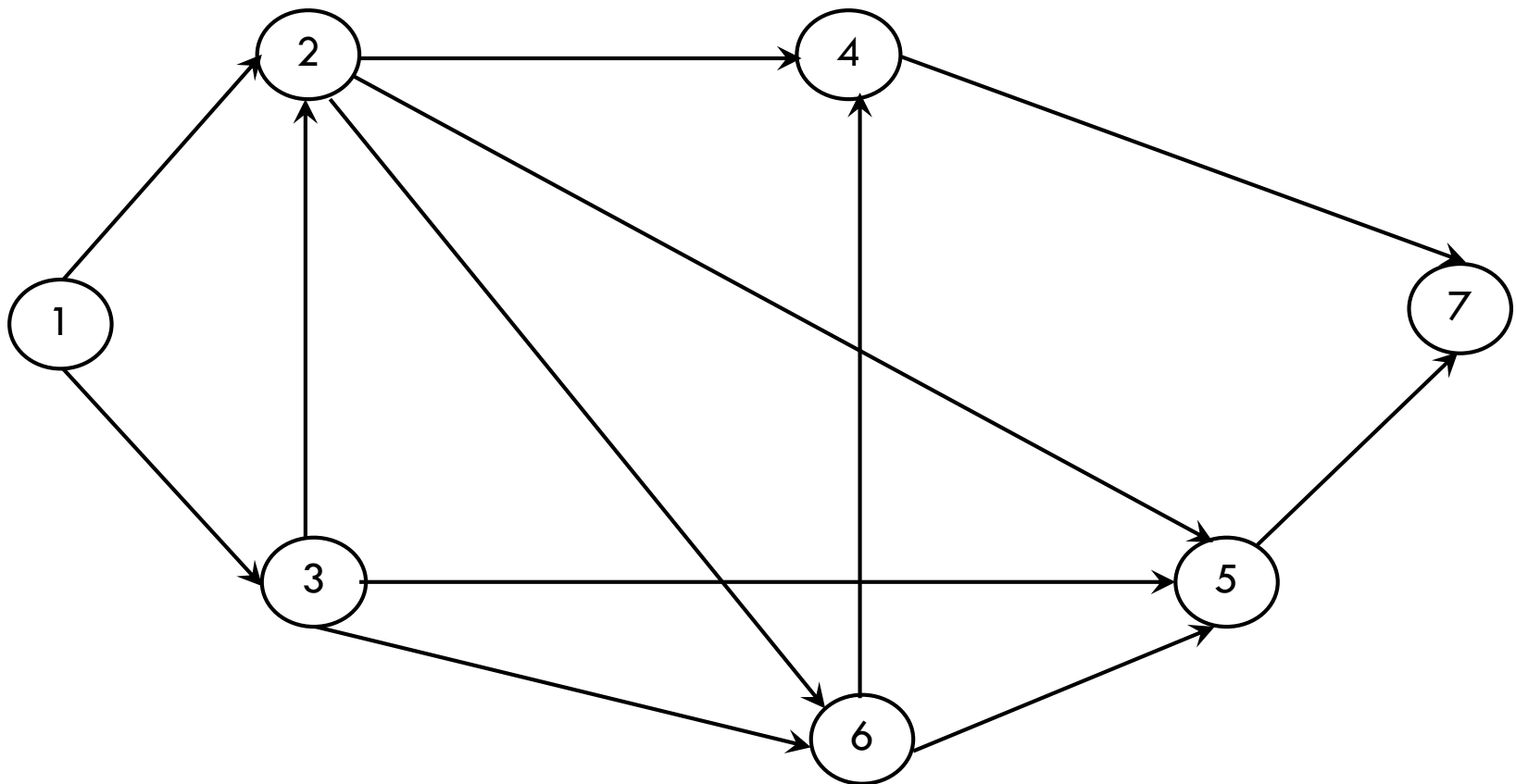
$$d_j^- = d_i^- - 1$$

Nếu $d_j^- = 0$ thì gán $S_{k+1} = S_{k+1} + \{j\}$

$$k = k+1$$

Nếu $S_k = \emptyset$ thì giải thuật kết thúc, ngược lại thì quay về (2).

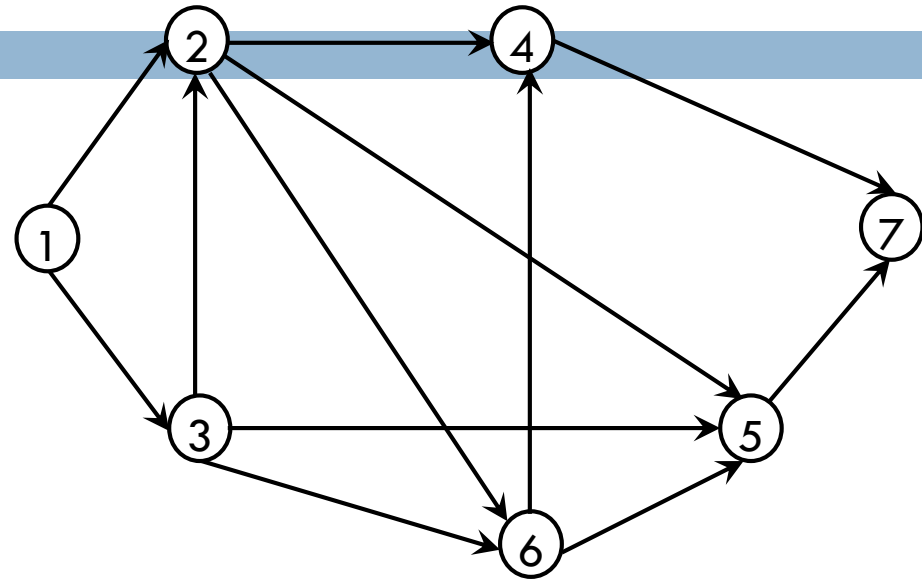
Giải thuật xếp hạng



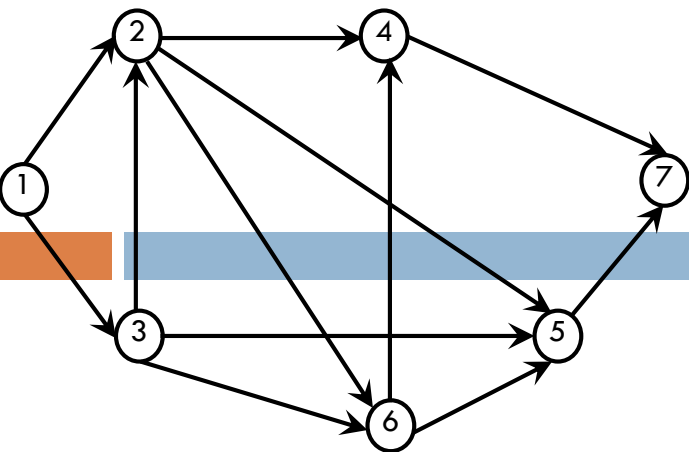
Giải thuật xếp hạng

□ Khởi tạo:

- $s = 1$ là đỉnh gốc
- $k = 0$
- $S_0 = \{1\}$



i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	2	1	2	3	2	2



i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	1	0	2	3	2	2
$r(i)$	0						

1)- Với $k=0$ thực hiện:

$$S_1 = \emptyset$$

Lần lượt xét các đỉnh i trong $S_0 = \{1\}$:

• $i=1$:

$$r(1) = 0$$

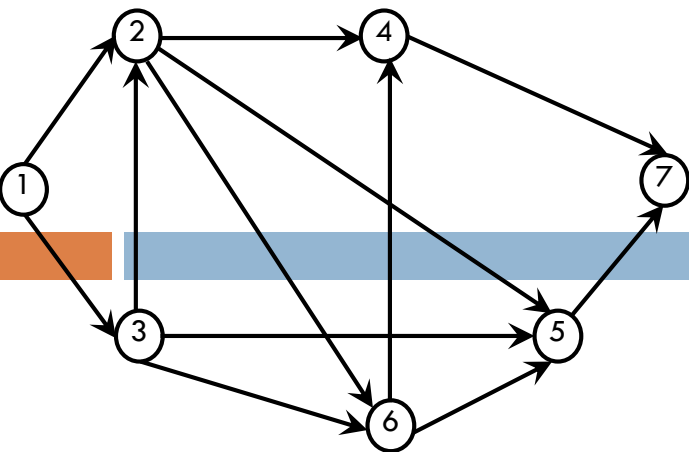
Lần lượt xét các đỉnh j trong $\Gamma_1 = \{2,3\}$

$$j=2: d(2)=d(2)-1=2-1=1$$

$$j=3: d(3)=d(3)-1=1-1=0 \text{ nên } S_1 = S_1 + \{3\} = \{3\}$$

$$k = k+1 = 0+1 = 1$$

$S_1 \neq \emptyset$ nên quay về đầu vòng lặp.



i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	0	0	2	2	1	2
$r(i)$	0		1				

2)- Với $k=1$ thực hiện:

$$S_2 = \emptyset$$

Lần lượt xét các đỉnh i trong $S_1 = \{3\}$:

• $i=3$:

$$r(3) = 1$$

Lần lượt xét các đỉnh j trong $\Gamma_3 = \{2,5,6\}$:

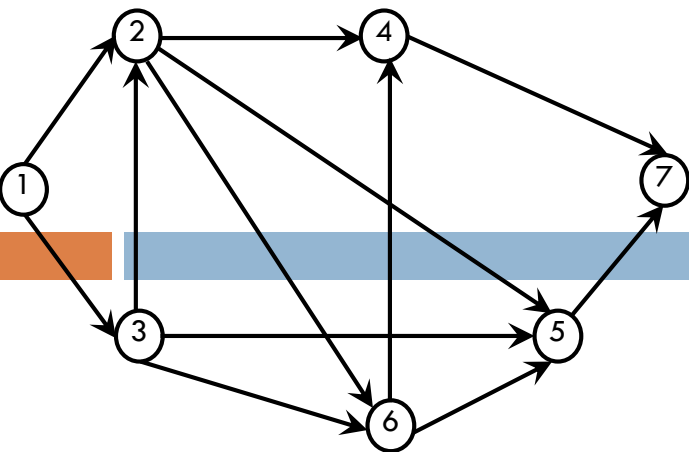
$$j=2: d(2)=d(2)-1=1-1=0 \text{ nên } : S_2 = S_2 + \{2\} = \{2\}$$

$$j=5: d(5)=d(5)-1=3-1=2$$

$$j=6: d(6)=d(6)-1=2-1=1$$

$$k=k+1=1+1=2$$

$S_2 \neq \emptyset$ nên quay về đầu vòng lặp.



i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i		2,3	4,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-		0	0	0	1	1	0
r(i)		0	2	1			

3) Với $k=2$ thực hiện:

$$S_3 = \emptyset$$

Lần lượt xét các đỉnh i trong $S_2 = \{2\}$:

• $i=2$:

$$r(2) = 2$$

Lần lượt xét các đỉnh j trong $\Gamma_2 = \{4,5,6\}$:

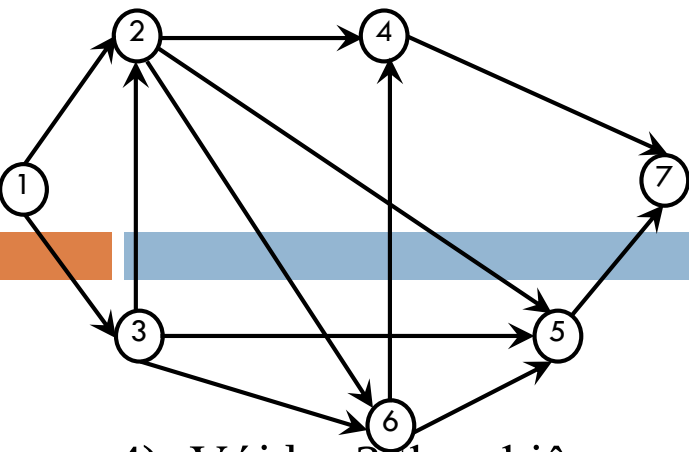
$$j=4: d(4)=d(2)-1=2-1=1$$

$$j=5: d(5)=d(2)-1=2-1=1$$

$$j=6: d(6)=d(2)-1=2-1=1 \text{ nên } S_3 = S_2 + \{6\} = \{2,6\}$$

$$k=k+1=2+1=3$$

$S_3 \neq \emptyset$ nên quay về bước đầu vòng lặp.



i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i		2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5
d_i^-		0	0	0	0	0	2
$r(i)$		0	2	1			3

4)- Với $k=3$ thực hiện:

$$S_4 = \emptyset$$

Lần lượt xét các đỉnh i trong $S_3 = \{6\}$:

- $i=6$

$$r(6)=3$$

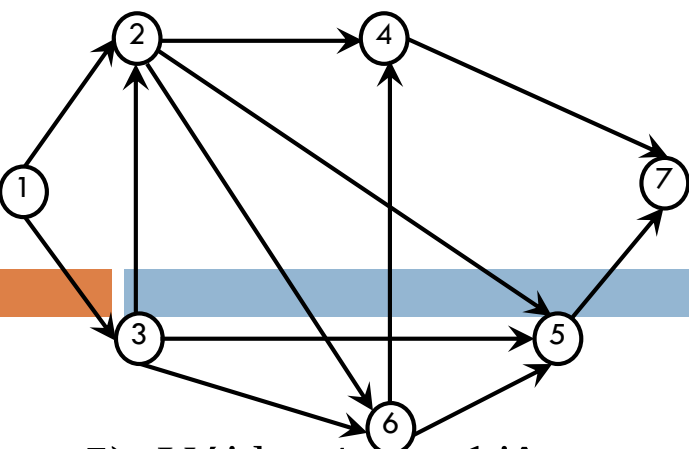
Lần lượt xét các đỉnh j trong $\Gamma_6 = \{4,5\}$:

$$j=4: d(4)=d(4)-1=1-1=0 \text{ nên } S_4 = S_4 + \{4\} = \{4\}$$

$$j=5: d(5)=d(5)-1=1-1=0 \text{ nên } S_4 = S_4 + \{5\} = \{4,5\}$$

$$k=k+1=3+1=4$$

$S_4 \neq \emptyset$ nên quay về đầu vòng lặp.



i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	0	0	0	0	0	0
$r(i)$	0	2	1	4	4	3	

5)- Với $k=4$ thực hiện:

$$S_5 = \emptyset$$

Lần lượt xét các đỉnh i trong $S_4 = \{4,5\}$:

• $i=4$:

$$r(4)=4$$

Lần lượt xét các đỉnh j trong $\Gamma_4 = \{7\}$

$$j=7: d(7)=d(7)-1=2-1=1$$

• $i=5$:

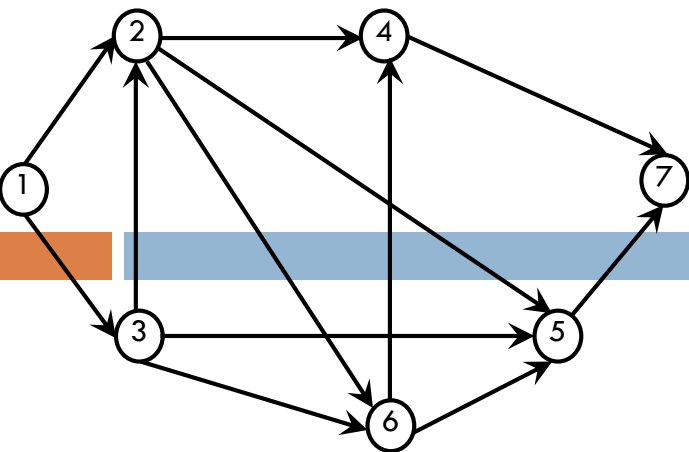
$$r(5)=4$$

Lần lượt xét các đỉnh j trong $\Gamma_5 = \{7\}$:

$$j=7: d(7)=d(7)-1=1-1=0 \text{ nên } S_5 = S_5 + \{7\} = \{7\}$$

$$k=k+1=4+1=5$$

$S_5 \neq \emptyset$ nên quay về đầu vòng lặp.



i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	0	0	0	0	0	0
$r(i)$	0	2	1	4	4	3	5

6)- Với $k=5$ thực hiện:

$$S_6 = \emptyset$$

Lần lượt xét các đỉnh i trong $S_5 = \{7\}$:

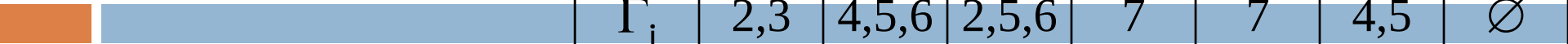
• $i=7$:

$$r(7)=5$$

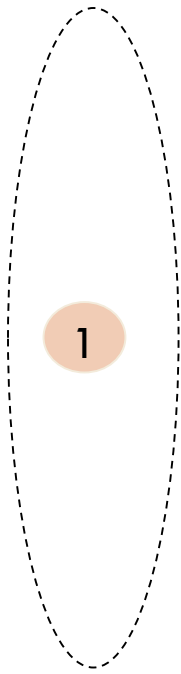
Lần lượt xét các đỉnh j trong $\Gamma_7 = \emptyset$

$$k=k+1=5+1=6$$

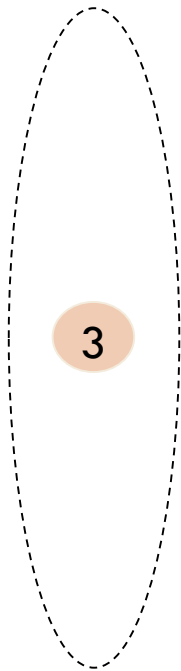
$S_6 = \emptyset$: giải thuật kết thúc.



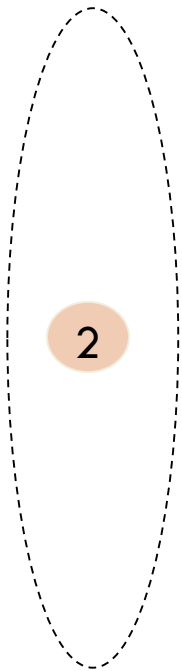
i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	0	0	0	0	0	0
$r(i)$	0	2	1	4	4	3	5



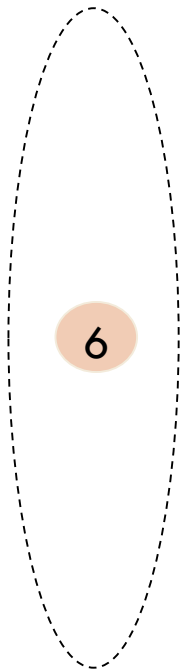
S_0



S_1



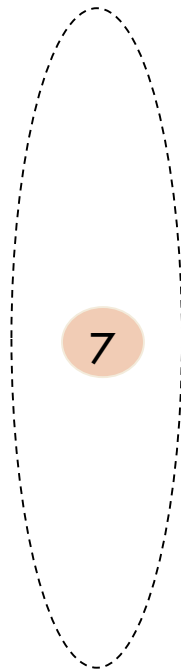
S_2



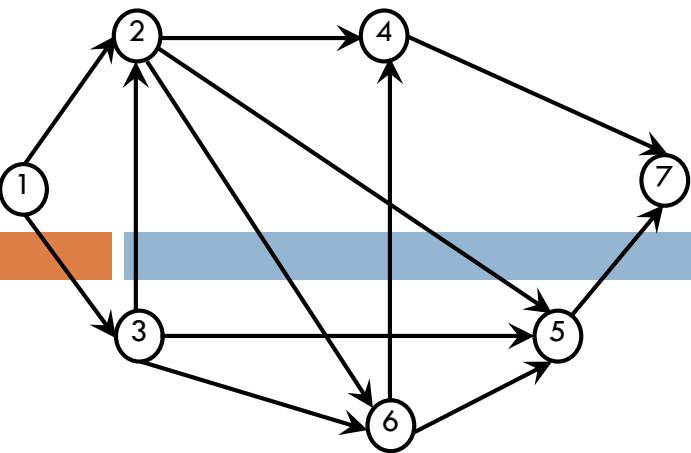
S_3



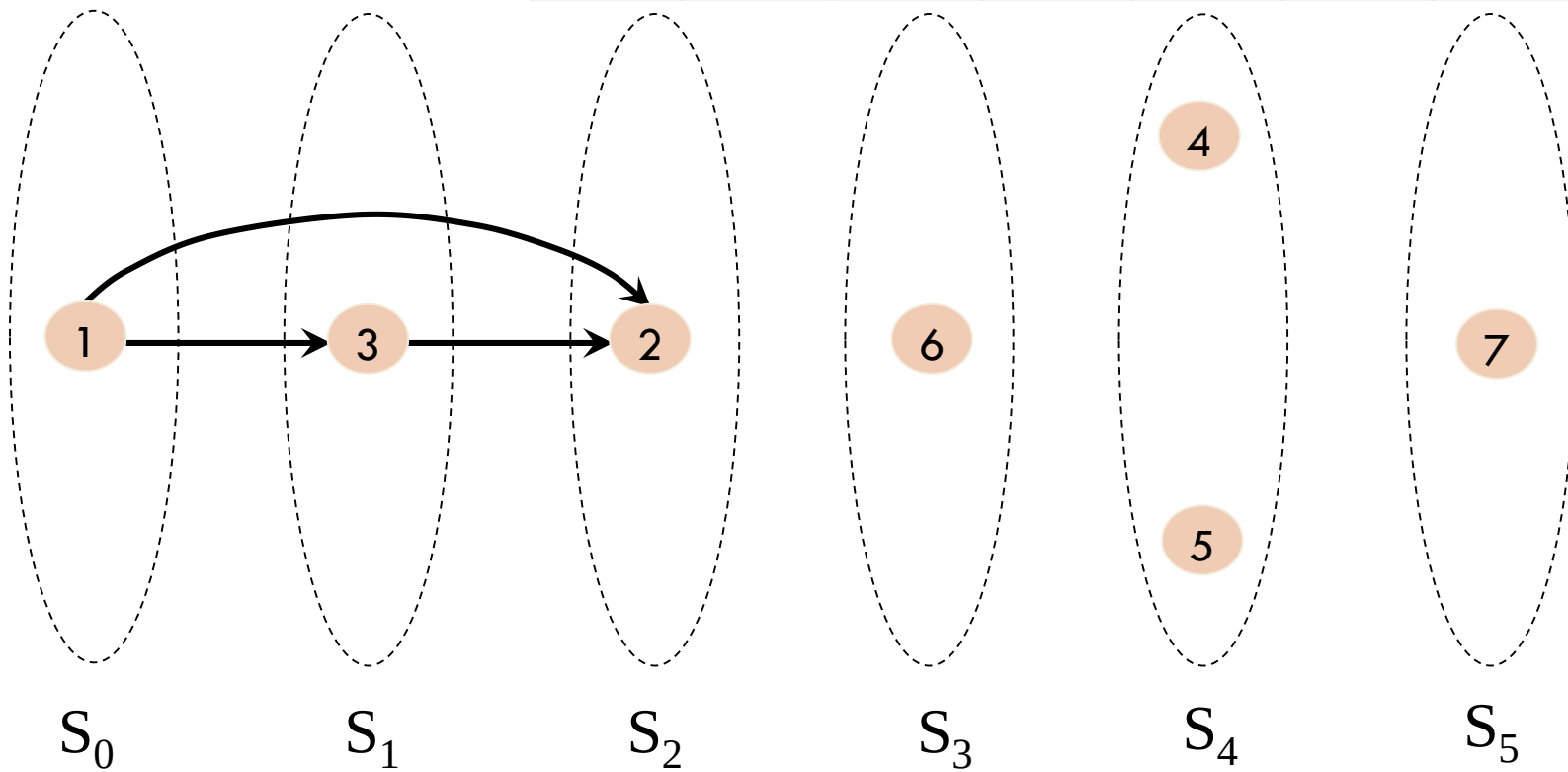
S_4

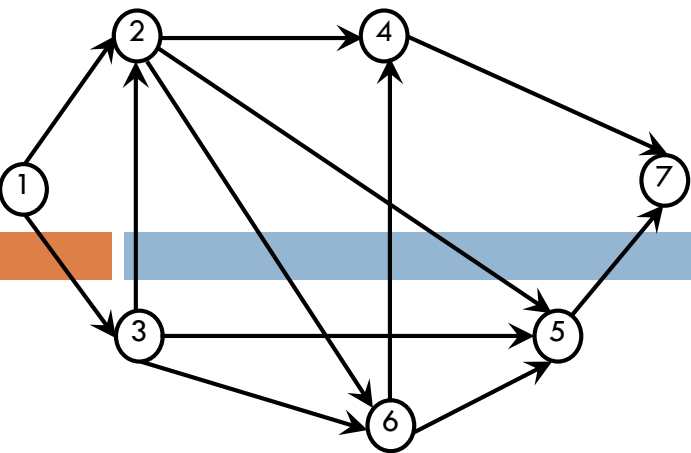


S_5

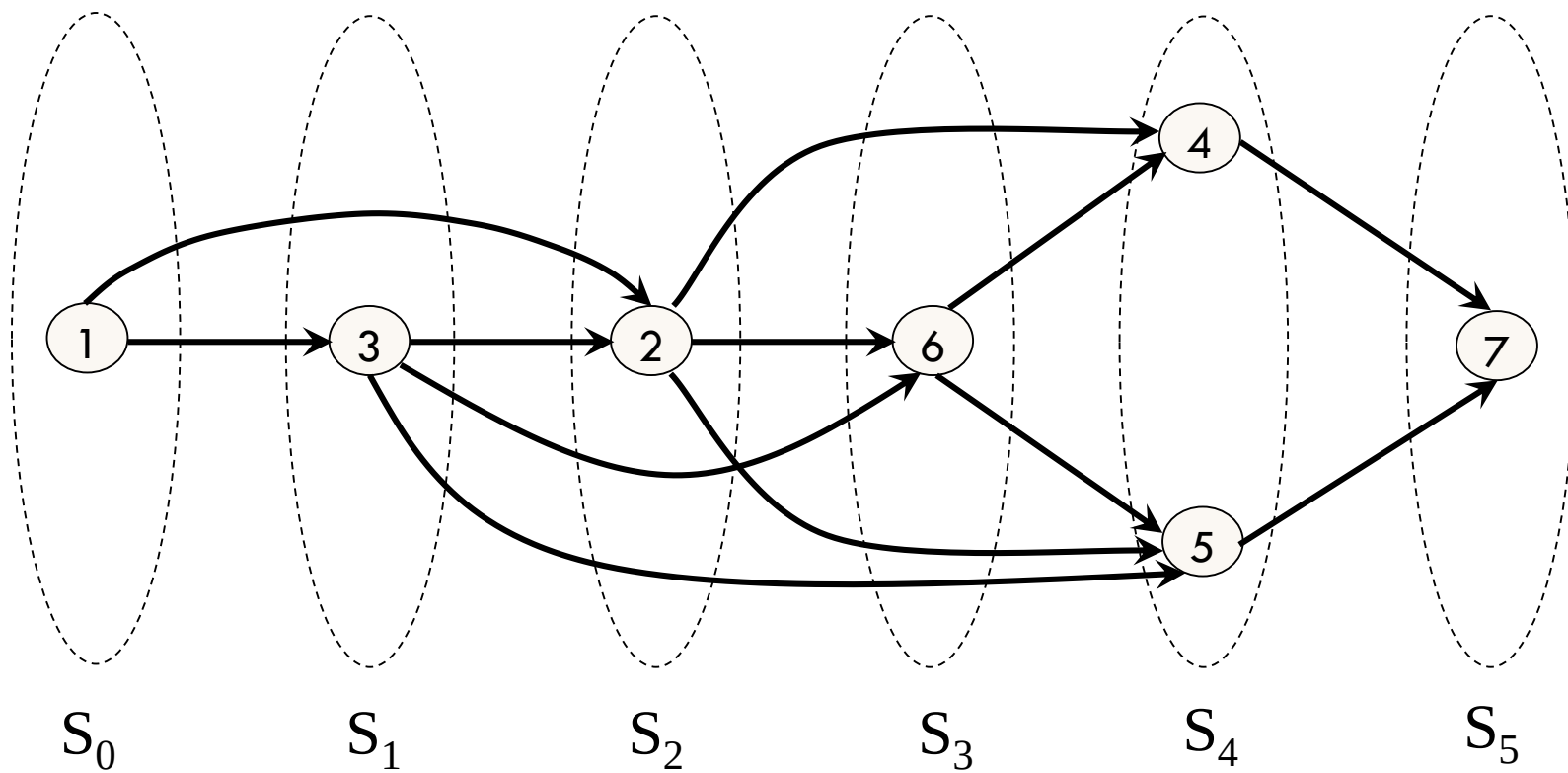


i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	0	0	0	0	0	0
$r(i)$	0	2	1	4	4	3	5





i	1	2	3	4	5	6	7
Γ_i	2,3	4,5,6	2,5,6	7	7	4,5	$\emptyset$
d_i^-	0	0	0	0	0	0	0
$r(i)$	0	2	1	4	4	3	5

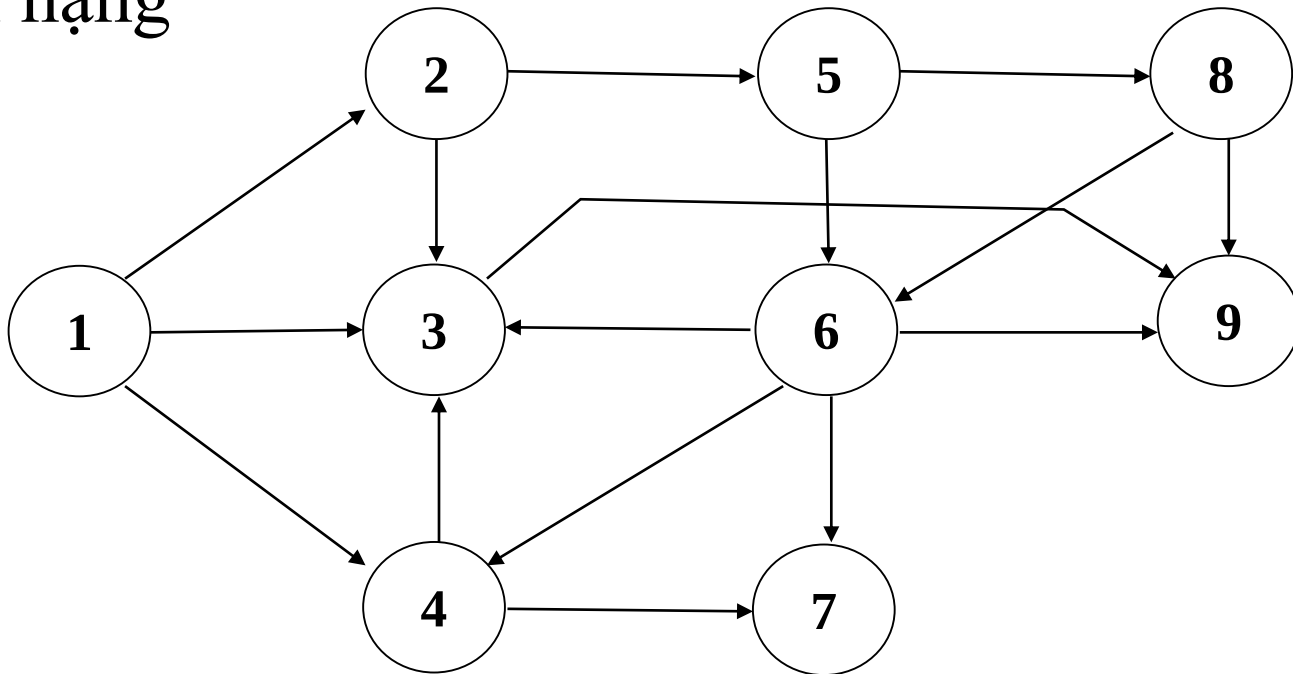


BÀI TẬP

16

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

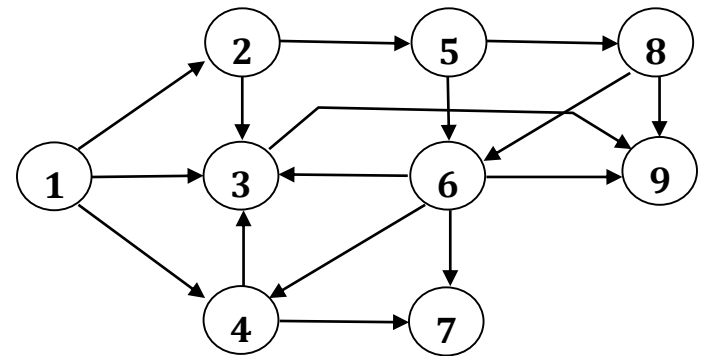
Phân hạng các đỉnh của đồ thị sau và vẽ đồ thị phân hạng



BÀI TẬP

17

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)



i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d_i	0	1	4	2	1	2	2	1	3

BÀI TẬP

18

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d^-	0	0	3	1	1	2	2	1	3

□ Khởi tạo

Gốc $s = 1$, $k = 0$, $S_0 = \{s\}$

Lặp 1

$S_1 = \{\}$, $i = 1$: $r(1) = 0$,

$j = 2$: $d^-(2) = 0$, $S_1 = \{2\}$

$j = 3$: $d^-(3) = 3$

$j = 4$: $d^-(4) = 1$

$k = 1$

BÀI TẬP

19

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d^-	0	0	2	1	0	2	2	1	3

Lặp 2

$$S_2 = \{\}, i = 2: r(2) = 1, \quad j = 3: d^-(3) = 2$$
$$j = 5: d^-(5) = 0, S_2 = \{5\}$$

$$k = 2$$

BÀI TẬP

20

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d^-	0	0	2	1	0	1	2	0	3

Lặp 3

$$S_3 = \{\}, i = 5: r(5) = 2$$

$$j = 6: d^-(6) = 1$$

$$j = 8: d^-(8) = 0, S_3 = \{8\}$$

$$k = 3$$

BÀI TẬP

21

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d^-	0	0	2	1	0	0	2	0	2

Lặp 4 $S_4 = \{\}$, $i = 8$: $r(8) = 3$

$j = 6$: $d^-(6) = 0$, $S_4 = \{6\}$

$j = 9$: $d^-(9) = 2$

$k = 4$

BÀI TẬP

22

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d^-	0	0	1	0	0	0	1	0	1

Lặp 5 $S_5 = \{\}$, $i = 6$; $r(6) = 4$

$j = 3$: $d^-(3) = 1$

$j = 4$: $d^-(4) = 0$, $S_5 = \{4\}$

$j = 7$: $d^-(7) = 1$

$j = 9$: $d^-(9) = 1$

$k = 5$

BÀI TẬP

23

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Lặp 6

$$S_6 = \{\}, i = 4: r(4) = 5$$

$$j = 3: d(3) = 0, S_6 = \{3\}$$

$$j = 7: d(7) = 0, S_6 = \{3, 7\}$$

$$k = 6$$

BÀI TẬP

24

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5	9	3, 7	6, 8	3, 4, 7, 9		6, 9	
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Lặp 7

$$S_7 = \{\}, i = 3: r(3) = 6$$

$$j = 9: d(9) = 0, S_7 = \{9\}$$

$$i = 7 : r(7) = 6$$

$$k = 7$$

BÀI TẬP

25

□ Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

Lập 8

$S8 = \{\}, i = 9: r(9) = 7$

$S8 = \{\}$ thuật toán dừng

Đồ thị xếp hạng:

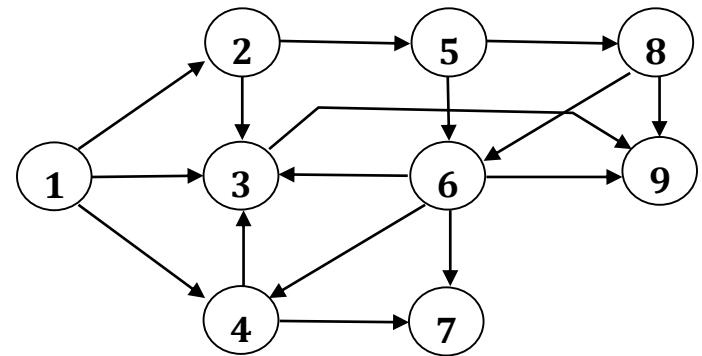
□ $r(1) = 0$ $r(2) = 1$

□ $r(5) = 2$ $r(8) = 3$

□ $r(6) = 4$ $r(4) = 5$

□ $r(3) = 6$ $r(7) = 6$

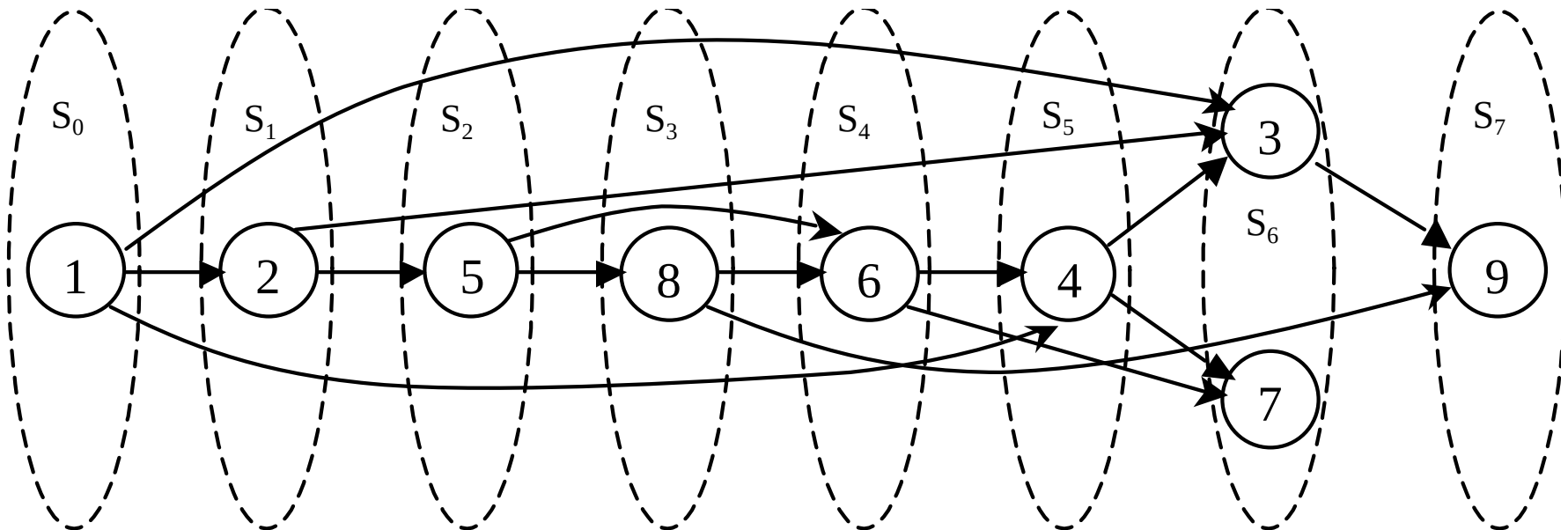
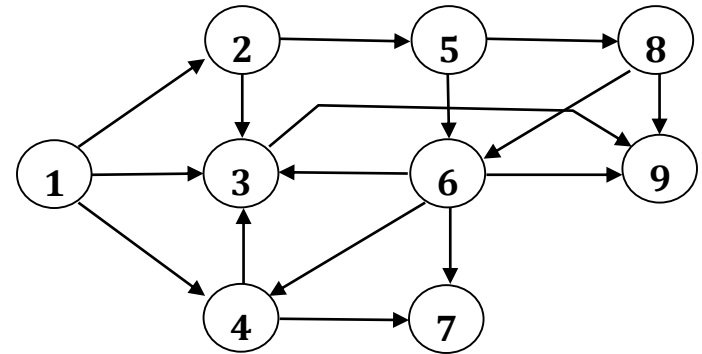
□ $r(9) = 7$



BÀI TẬP

26

Đề thi năm 2013 (Đợt 1)

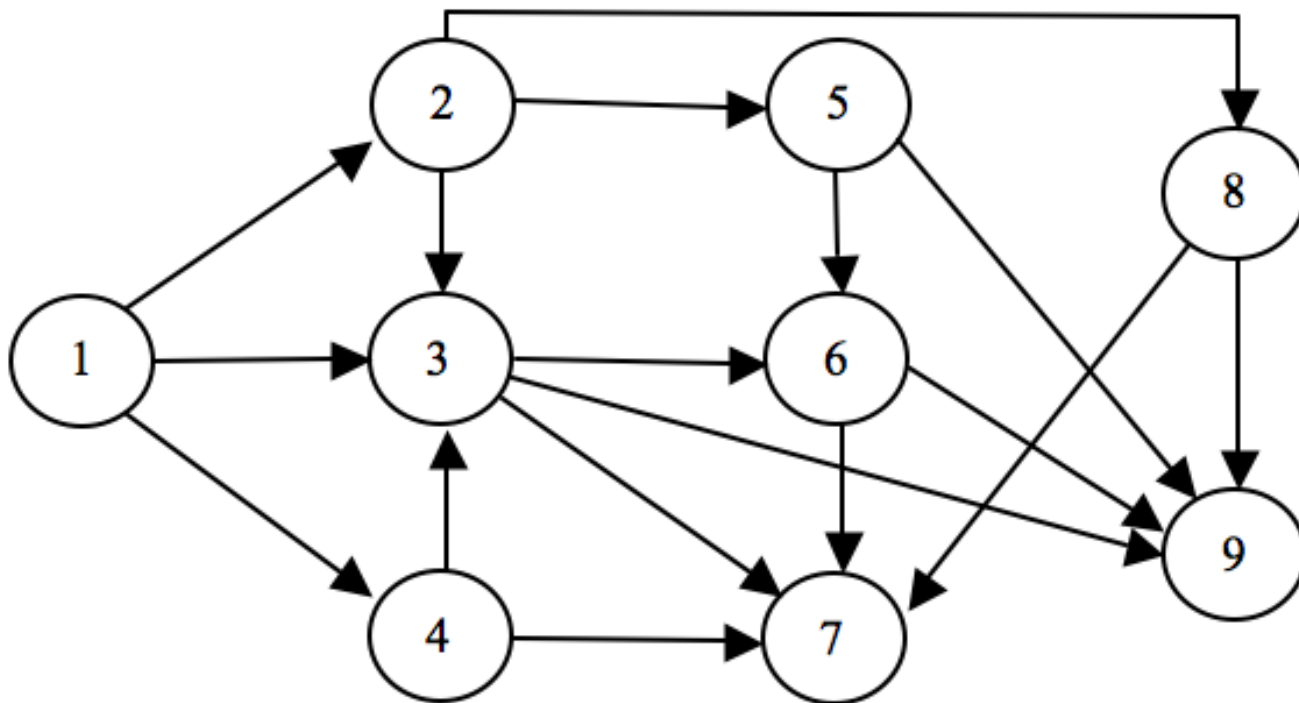


BÀI TẬP

27

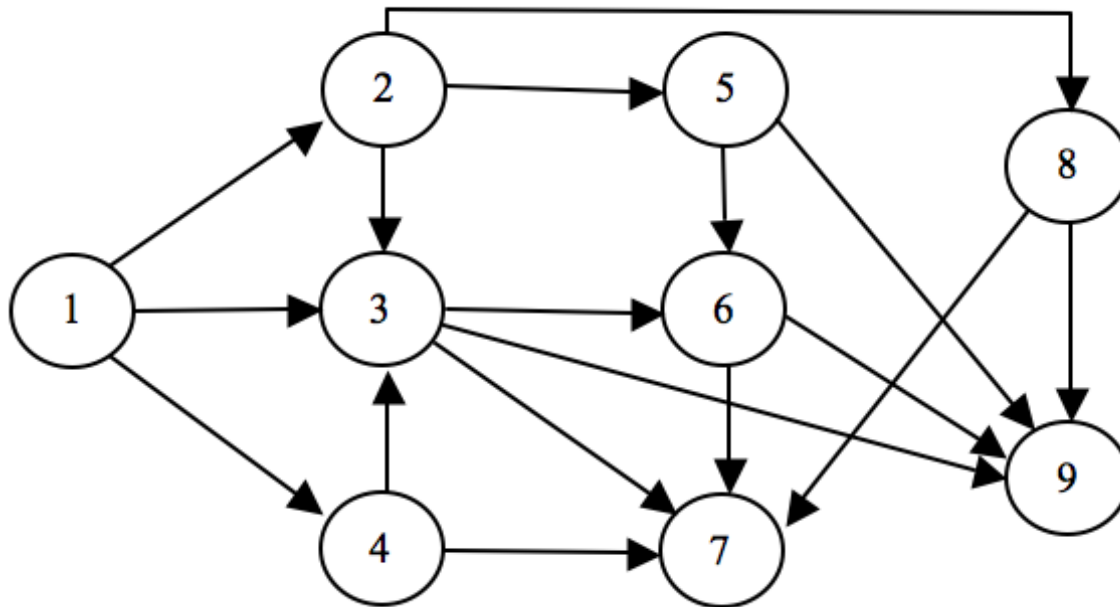
□ Đề thi năm 2013 (Đợt 2)

Phân hạng các đỉnh của đồ thị sau và vẽ đồ thị phân hạng



BÀI TẬP

28



i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5, 8	6, 7, 9	3, 7	6, 9	7, 9		7, 9	
d^-	0	1	3	1	1	2	4	1	4

BÀI TẬP

29

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5, 8	6, 7, 9	3, 7	6, 9	7, 9		7, 9	
d^-	0	0	2	0	1	2	4	1	4

Khởi tạo

Gốc $s = 1$, $k = 0$, $S_0 = \{s\}$

Lặp 1. $S_1 = \{\}$, $i = 1: r(1) = 0$,

$j = 2: d^-(2) = 0$, $S_1 = \{2\}$

$j = 3: d^-(3) = 2$

$j = 4: d^-(4) = 0$, $S_1 = \{2, 4\}$

$k = 1$

BÀI TẬP

30

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5, 8	6, 7, 9	3, 7	6, 9	7, 9		7, 9	
d^-	0	0	0	0	0	2	3	0	4

Lặp 2: $S_2 = \{\}$,

$i = 2: r(2) = 1,$

$j = 3: d^-(3) = 1$

$j = 5: d^-(5) = 0, S_2 = \{5\}$

$j = 8: d^-(8) = 0, S_2 = \{5, 8\}$

$i=4: r(4) = 1,$

$j = 3: d^-(3) = 0, S_2 = \{5, 8, 3\}$

$j = 7: d^-(7) = 3$

$k = 2$

BÀI TẬP

31

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5, 8	6, 7, 9	3, 7	6, 9	7, 9		7, 9	
d^-	0	0	0	0	0	0	1	0	1

Lặp 3

$S_3 = \{\}$, $i = 5: r(5) = 2$

$j = 6: d^-(6) = 1$

$j = 9: d^-(9) = 3$

$i = 8: r(8) = 2$

$j = 7: d^-(7) = 2$

$j = 9: d^-(9) = 2$

$i = 3: r(3) = 2$

$j = 6: d^-(6) = 0$; $S_3 = \{6\}$

$j = 7: d^-(7) = 1$

$j = 9: d^-(9) = 1$

BÀI TẬP

32

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5, 8	6, 7, 9	3, 7	6, 9	7, 9		7, 9	
d^-	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Lặp 4

$$S_4 = \{\},$$

$$i = 6: r(6) = 3$$

$$j = 7: d^-(7) = 0, S_4 = \{7\}$$

$$j = 9: d^-(9) = 0, S_4 = \{7, 9\}$$

$$k = 4$$

BÀI TẬP

33

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Γ_i	2, 3, 4	3, 5, 8	6, 7, 9	3, 7	6, 9	7, 9		7, 9	
d_i	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Lặp 5

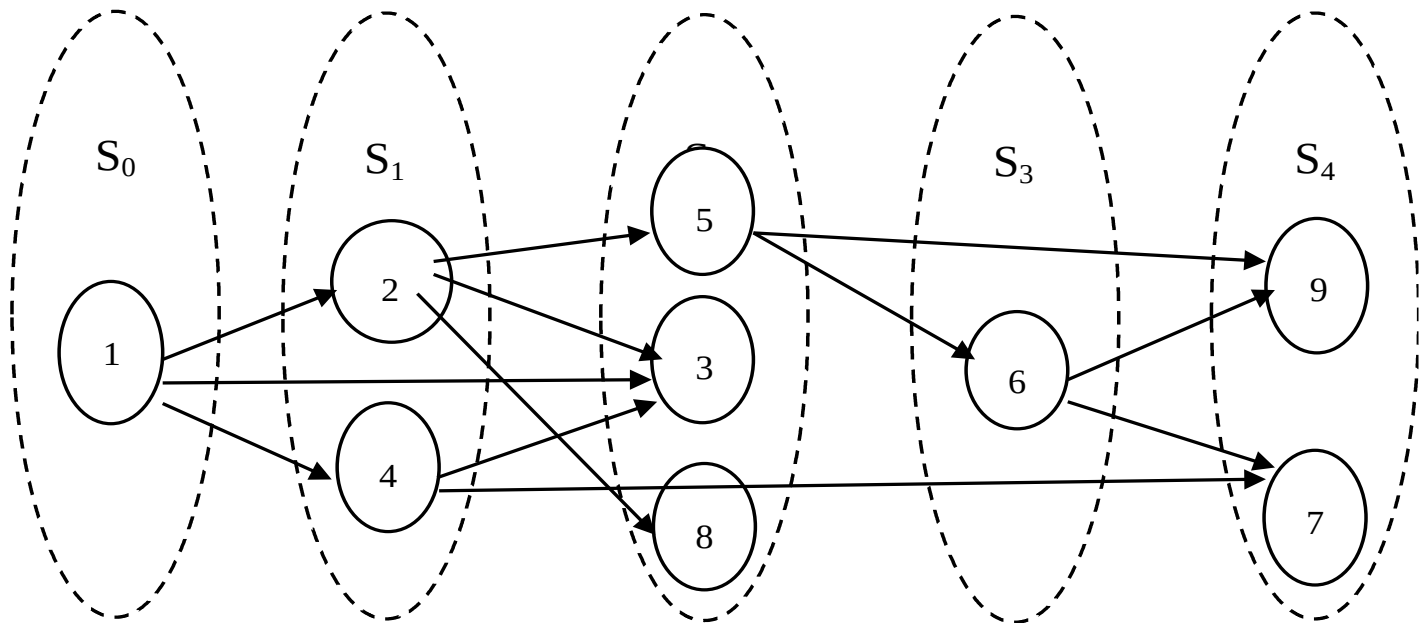
$$S_5 = \{\},$$

$$i = 7: r(7) = 4$$

$$i = 9: r(9) = 4 \quad \text{Thuật toán dừng}$$

BÀI TẬP

34



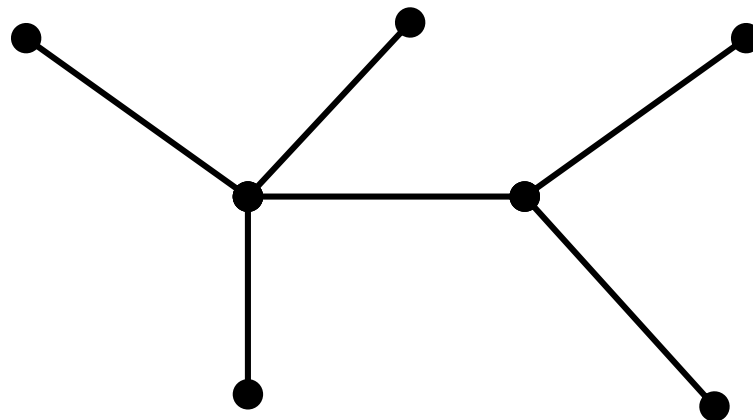
Cây khung có trọng lượng nhỏ nhất

Cây khung có trọng lượng nhỏ nhất

36

□ Cây:

- Đồ thị vô hướng liên thông không có chu trình gọi là cây
- $\Rightarrow$ Cây là một đồ thị vô hướng đơn



Cây T

Các tính chất của Cây

□ Định lý 1:

- $J=(X,T)$ là đồ thị vô hướng
- J là cây khi và chỉ khi tồn tại duy nhất một đường đi nối 2 đỉnh bất kỳ của J

Các tính chất của Cây

□ Định lý 2:

□ $J=(X,T)$ là đồ thị vô hướng với số đỉnh $n \geq 2$

□ $\Rightarrow$ Các tính chất tương đương

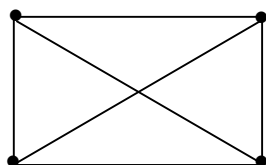
1. J là cây
2. J không có chu trình và có $n-1$ cạnh
3. J liên thông và có $n-1$ cạnh.
4. J không có chu trình, nhưng nếu thêm một cạnh nối hai đỉnh bất kỳ không kề nhau thì xuất hiện chu trình.
5. J liên thông nhưng nếu bớt đi một cạnh bất kỳ thì sẽ làm mất đi tính liên thông.
6. Mỗi cặp đỉnh được nối với nhau bằng đúng một đường đi sơ cấp.

Cây khung có trọng lượng nhỏ nhất

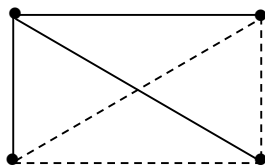
Bài toán cây khung có trọng lượng nhỏ nhất

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- $w(u)$: trọng số, với $\forall u \in U$
- Cây khung (cây bao trùm) trên G là một đồ thị bộ phận liên thông không có chu trình

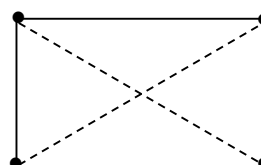
□ $\Rightarrow$



Đồ thị



Cây khung



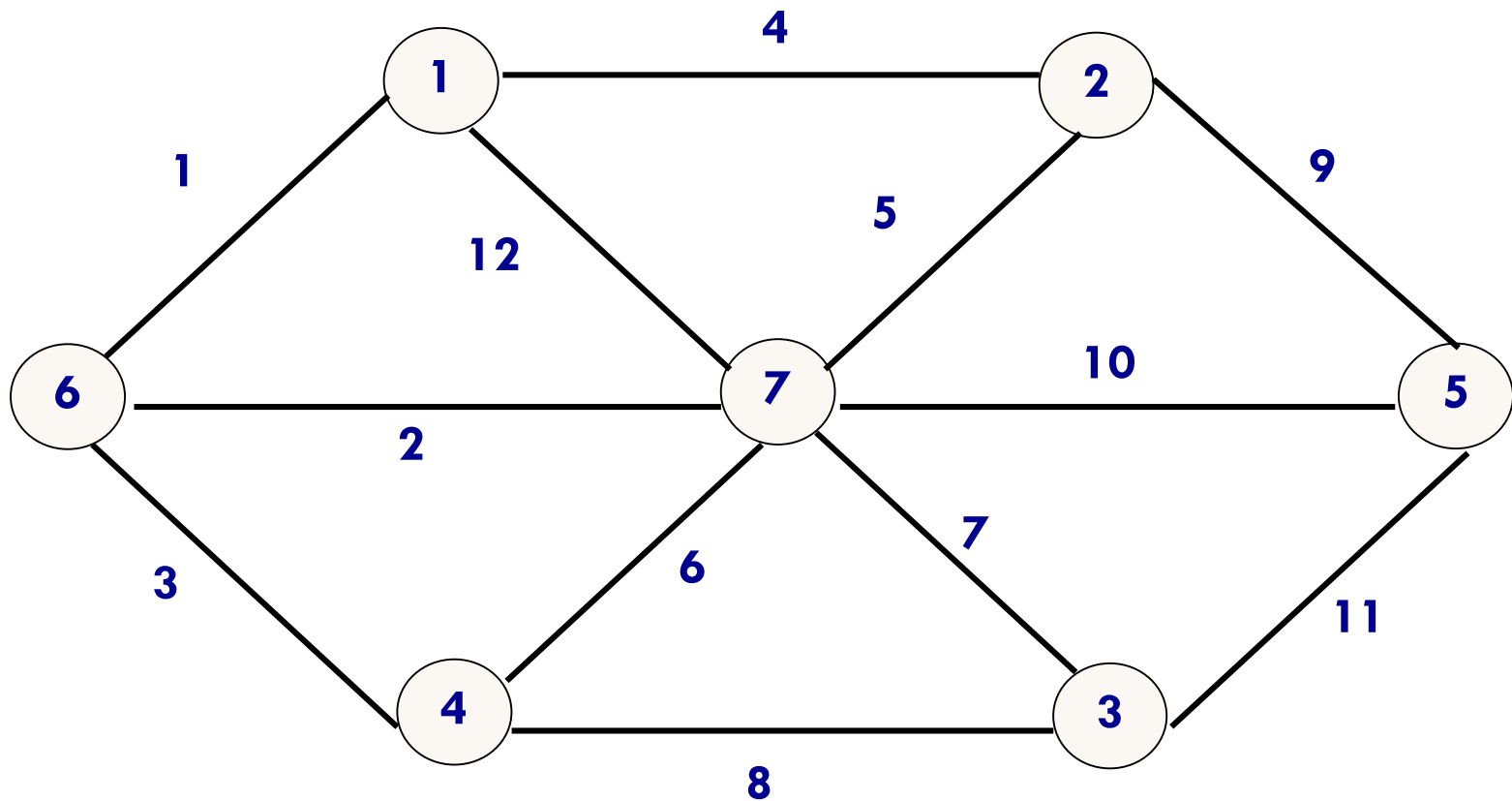
Cây khung

- Khi đồ thị vô hướng G có n đỉnh thì cây khung của G , nếu có, là một đồ thị liên thông có n đỉnh và $n-1$ cạnh
- Một đồ thị có thể có rất nhiều cây khung khác nhau.
- Bài toán tìm cây khung có tổng trọng số các cạnh là nhỏ nhất.

Giải thuật Kruskal

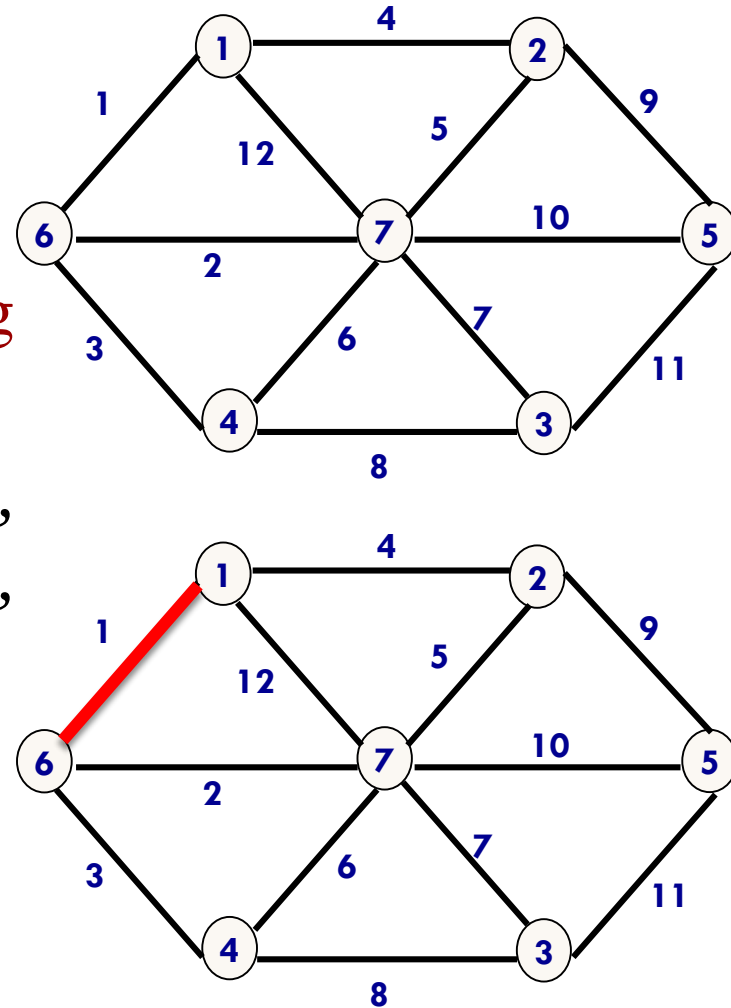
- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp cạnh thứ tự theo trọng số tăng dần (Giải thuật Kruskal)
 - ▣ $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$
- Đọc lần lượt danh sách thứ tự các cạnh
 - ▣ Khởi đầu $T=\{u_1\}$.
- Bước thứ k cạnh u_k được đọc. Nếu $T+\{u_k\}$ không tạo thành chu trình thì thêm u_k vào T
- Chuyển sang cạnh tiếp theo đến hết các cạnh
- Cây $J=(X,T)$ là cây khung có trọng lượng nhỏ nhất
- $\Rightarrow$ trọng lượng $w(J)$

Cây khung có trọng lượng nhỏ nhất



Giải thuật Kruskal

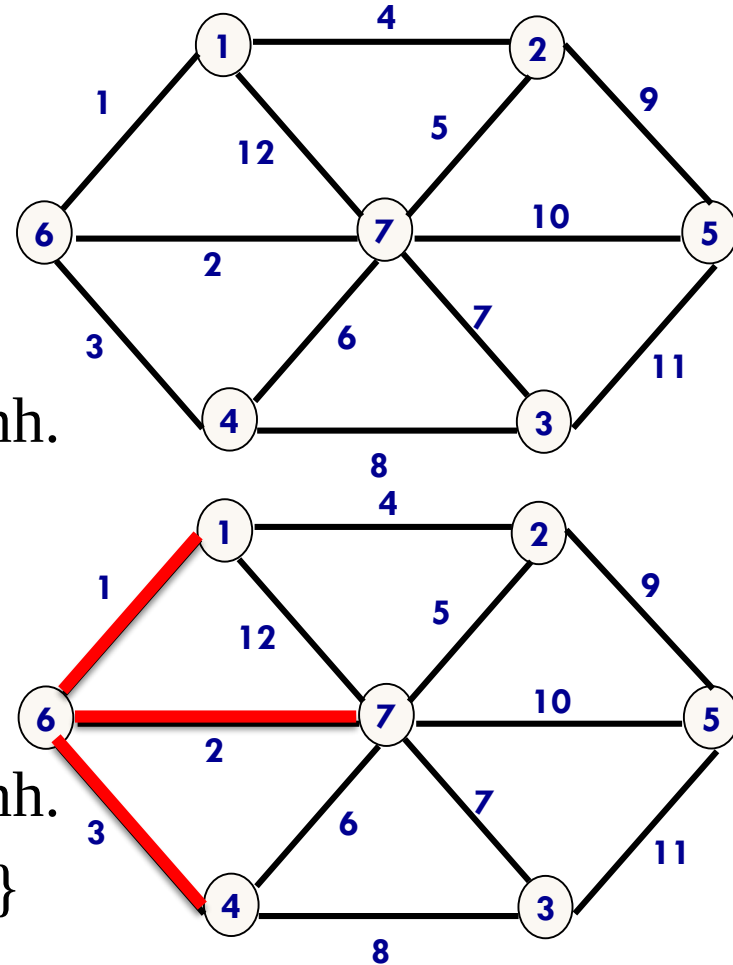
- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
 - ▣ $(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), (2,7), (4,7), (3,7), (3,4), (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)$
- Khởi đầu
 - ▣ $T=\{(1,6)\}$
 - ▣ $w(J)=w(1,6)=1$



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), (2,7), (4,7), (3,7), (3,4), (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)

- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 1)- Với cạnh (6,7)
 - ▣ $T \cup \{(6,7)\}$ không tạo thành chu trình.
 - ▣ $T = T \cup \{(6,7)\} = \{(1,6), (6,7)\}$
 - ▣ $w(J) = w(J) + w(6,7) = 1 + 2 = 3$
- 2)- Với cạnh (6,4)
 - ▣ $T \cup \{(6,4)\}$ không tạo thành chu trình.
 - ▣ $T = T \cup \{(6,4)\} = \{(1,6), (6,7), (6,4)\}$
 - ▣ $w(J) = w(J) + w(6,4) = 3 + 3 = 6$



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), (2,7), (4,7), (3,7), (3,4), (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)

□ 3)- Với cạnh (1,2)

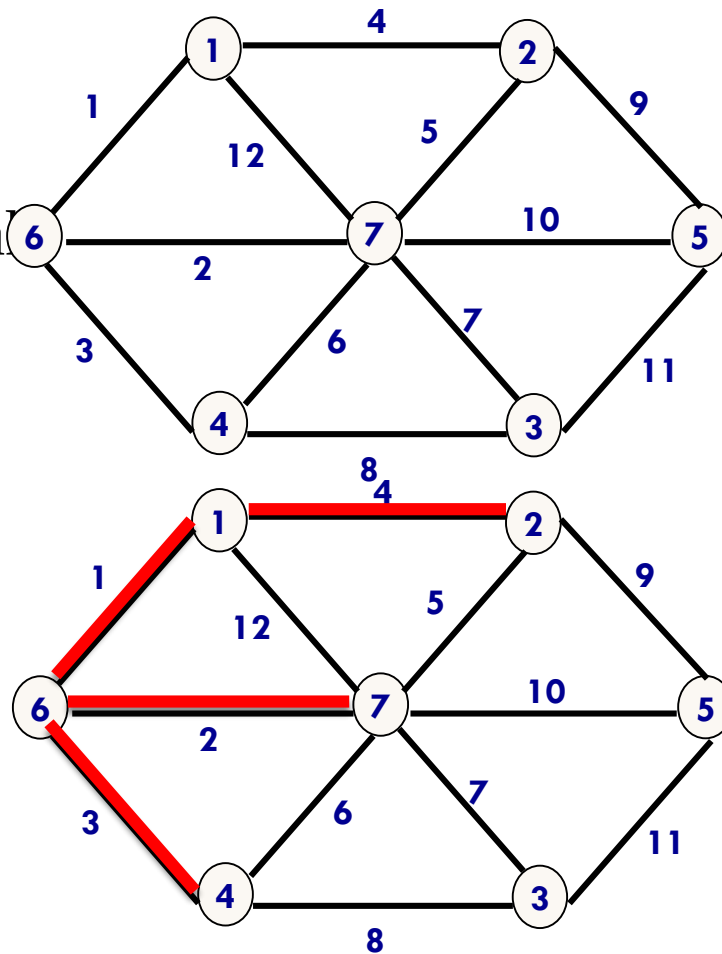
□ $T \cup \{(1,2)\}$ không tạo thành chu trình

□ $T = T \cup \{(1,2)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2)\}$

□ $w(J) = w(J) + w(1,2) = 6 + 4 = 10$

□ 4)- Với cạnh (2,7)

□ $T \cup \{(2,7)\}$ tạo thành chu trình



Giải thuật Kruskal

$(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), \cancel{(2,7)}, (4,7), (3,7), (3,4), (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)$

□ 3)- Với cạnh $(1,2)$

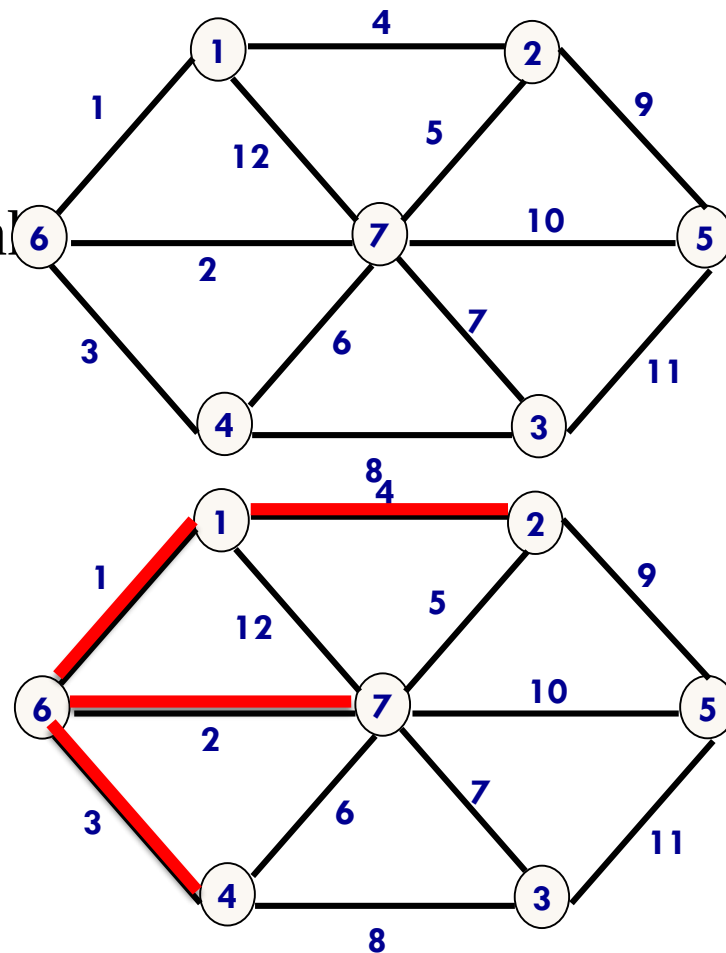
□ $T \cup \{(1,2)\}$ không tạo thành chu trình

□ $T = T \cup \{(1,2)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2)\}$

□ $w(J) = w(J) + w(1,2) = 6 + 4 = 10$

□ 4)- Với cạnh $(2,7)$

□ $T \cup \{(2,7)\}$ tạo thành chu trình



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), ~~(2,7)~~, (4,7), (3,7), (3,4), (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)

□ 3)- Với cạnh (1,2)

□ $T \cup \{(1,2)\}$ không tạo thành chu trình

□ $T = T \cup \{(1,2)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2)\}$

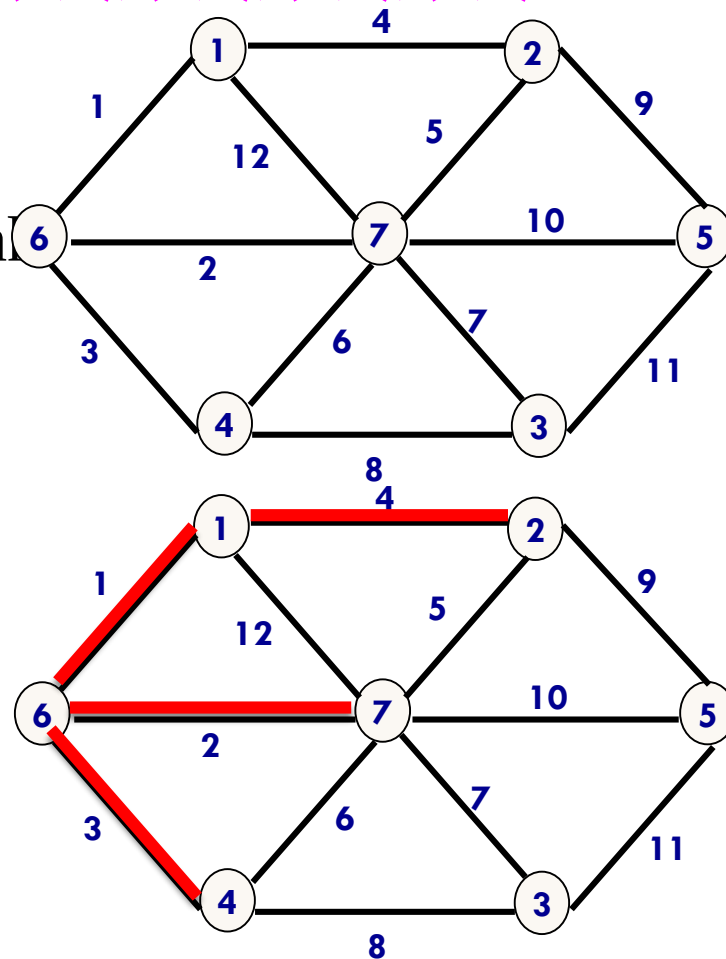
□ $w(J) = w(J) + w(1,2) = 6 + 4 = 10$

□ 4)- Với cạnh (2,7)

□ $T \cup \{(2,7)\}$ tạo thành chu trình

□ 5)- Với cạnh (4,7)

□ $T \cup \{(4,7)\}$ tạo thành chu trình



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), (3,4), (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)

□ 3)- Với cạnh (1,2)

□ $T \cup \{(1,2)\}$ không tạo thành chu trình

□ $T = T \cup \{(1,2)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2)\}$

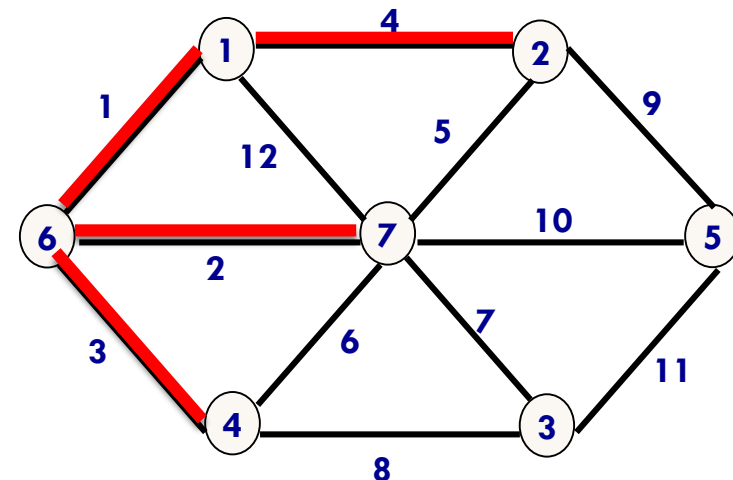
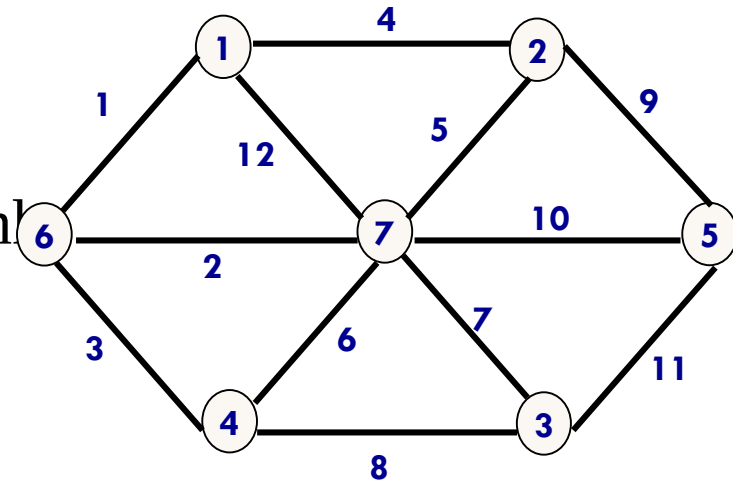
□ $w(J) = w(J) + w(1,2) = 6 + 4 = 10$

□ 4)- Với cạnh (2,7)

□ $T \cup \{(2,7)\}$ tạo thành chu trình

□ 5)- Với cạnh (4,7)

□ $T \cup \{(4,7)\}$ tạo thành chu trình



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), (3,4), (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)

□ 6)- Với cạnh (3,7)

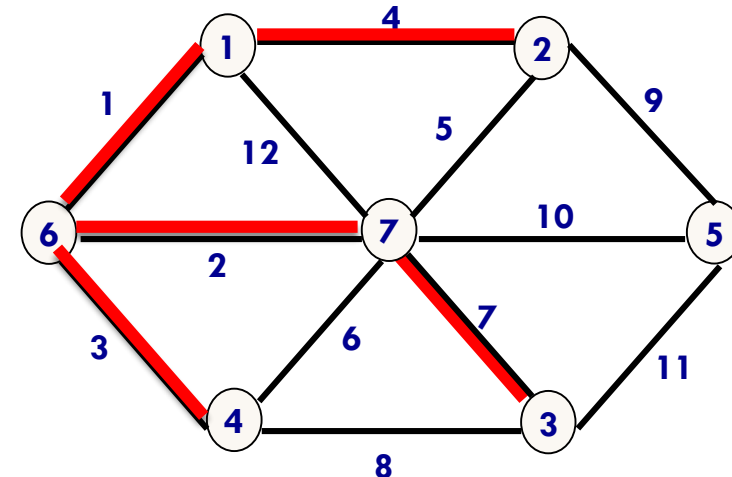
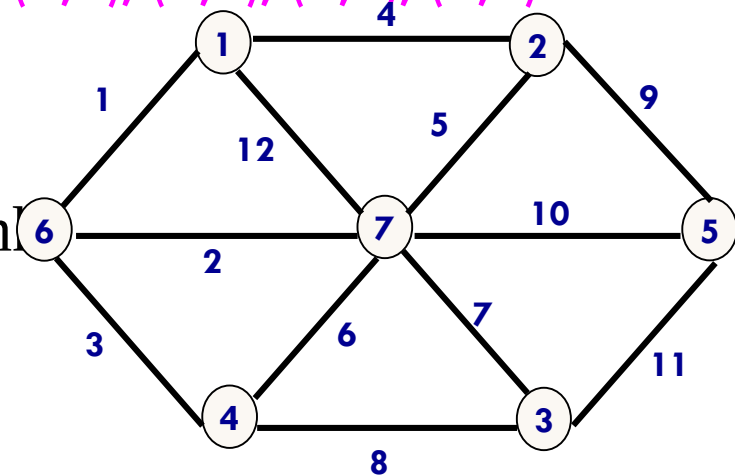
□ $T \cup \{(3,7)\}$ không tạo thành chu trình

□ $T = T \cup \{(3,7)\} =$
 $\{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), (3,7)\}$

□ $w(J) = w(J) + w(3,7) = 10 + 7 = 17$

□ 7)- Với cạnh (3,4)

□ $T \cup \{(3,4)\}$ tạo thành chu trình.



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), ~~(3,4)~~, (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)

□ 6)- Với cạnh (3,7)

□ $T \cup \{(3,7)\}$ không tạo thành chu trình

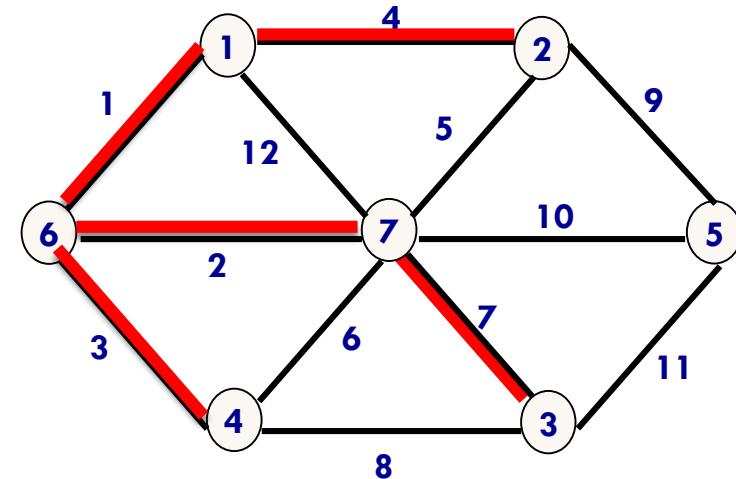
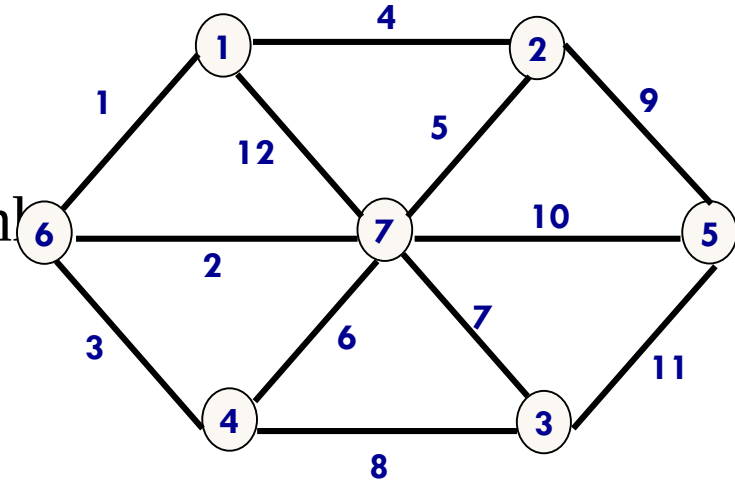
□ $T = T \cup \{(3,7)\} =$

$\{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), (3,7)\}$

□ $w(J) = w(J) + w(3,7) = 10 + 7 = 17$

□ 7)- Với cạnh (3,4)

□ $T \cup \{(3,4)\}$ tạo thành chu trình.



Giải thuật Kruskal

$(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), \cancel{(2,7)}, \cancel{(4,7)}, (3,7), \cancel{(3,4)}, (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)$

6)- Với cạnh $(3,7)$

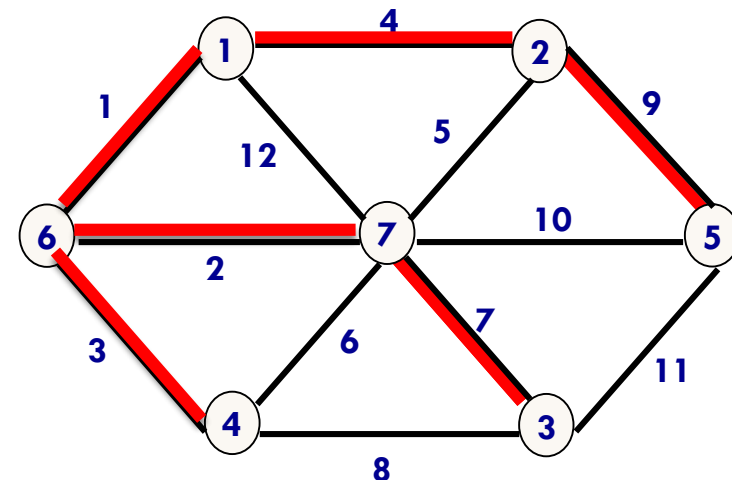
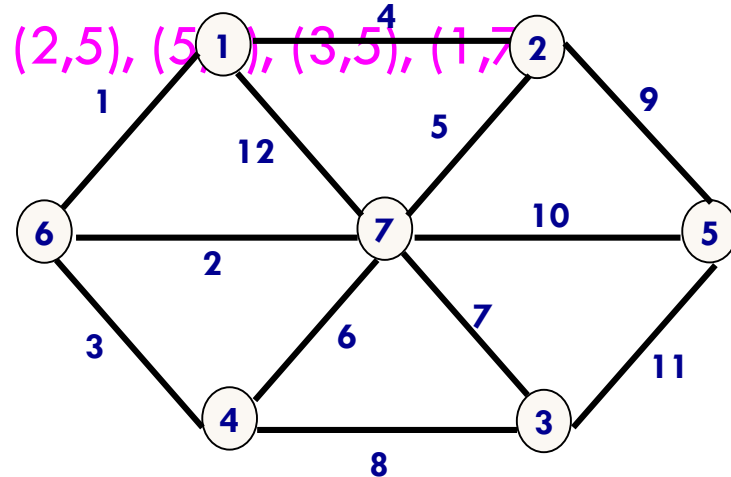
- ▣ $T \cup \{(3,7)\}$ không tạo thành chu trình.
- ▣ $T = T \cup \{(3,7)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), (3,7)\}$
- ▣ $w(J) = w(J) + w(3,7) = 10 + 7 = 17$

7)- Với cạnh $(3,4)$

- ▣ $T \cup \{(3,4)\}$ tạo thành chu trình.

8)- Với cạnh $(2,5)$

- ▣ $T \cup \{(2,5)\}$ không tạo thành chu trình.
- ▣ $T = T \cup \{(2,5)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), (3,7), (2,5)\}$
- ▣ $w(J) = w(J) + w(2,5) = 17 + 9 = 26$

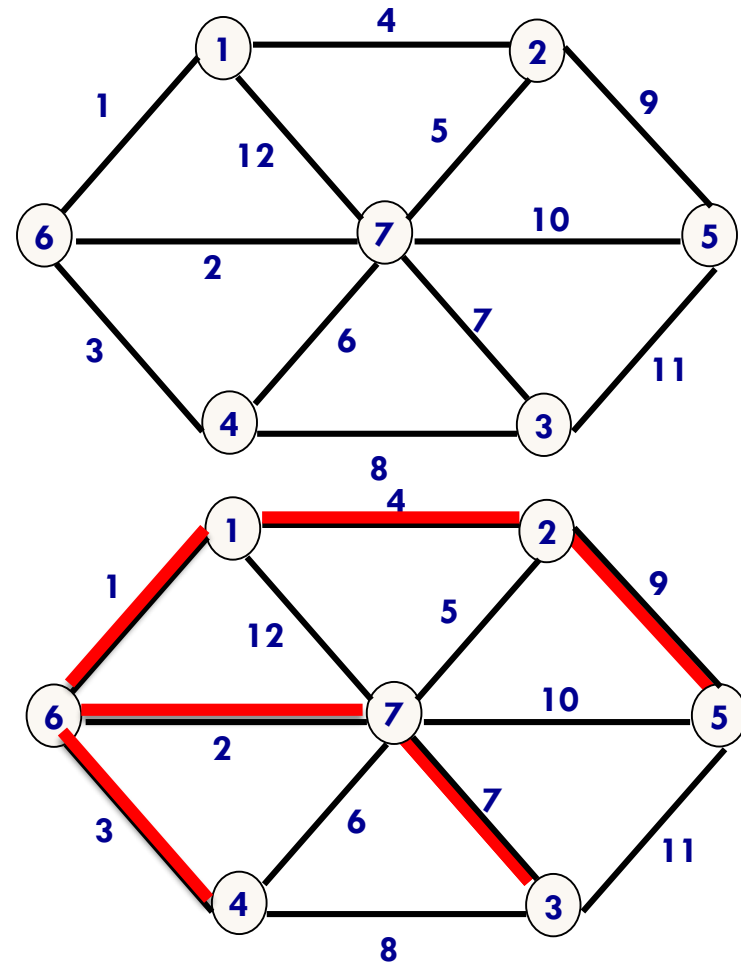


Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), ~~(3,4)~~, (2,5), (5,7), (3,5), (1,7)

□ 9)- Với cạnh (5,7)

▣ $T \cup \{(5,7)\}$ tạo thành chu trình.

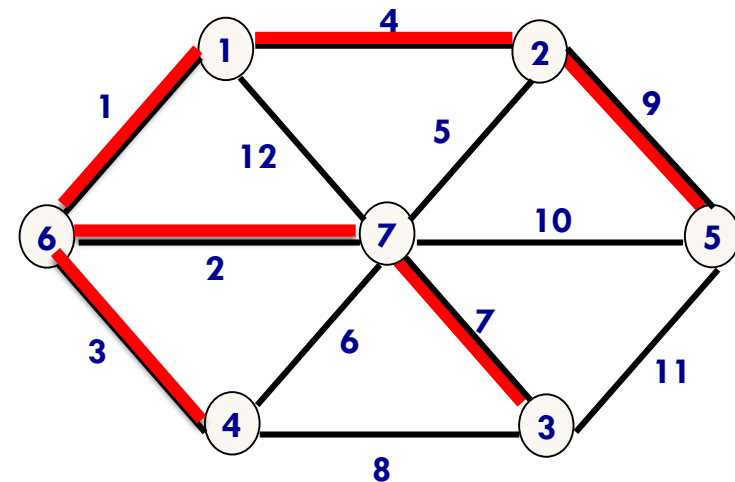
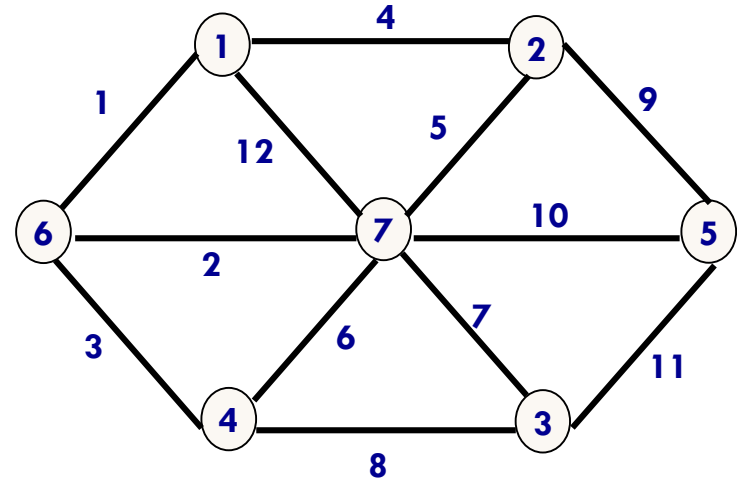


Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), ~~(3,4)~~, (2,5), ~~(5,7)~~, (3,5), (1,7)

□ 9)- Với cạnh (5,7)

▣ $T \cup \{(5,7)\}$ tạo thành chu trình.



Giải thuật Kruskal

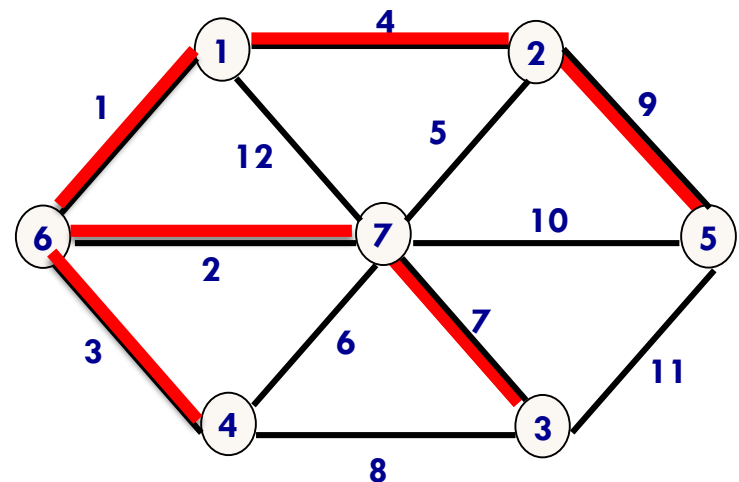
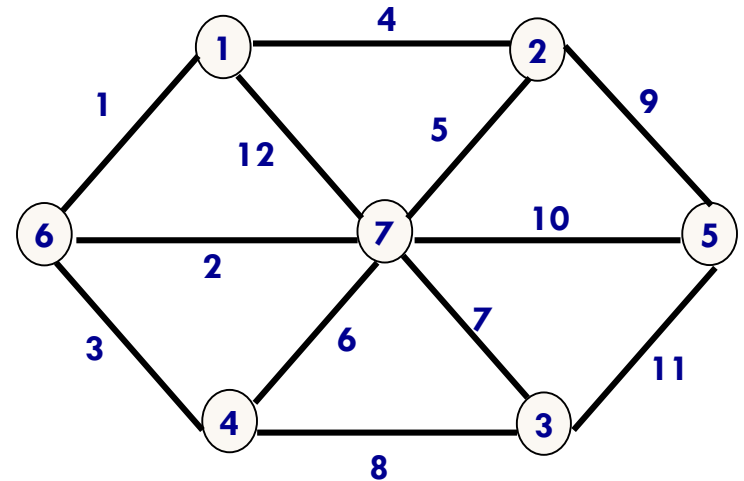
(1,6), (6,7), (6,4), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), ~~(3,4)~~, (2,5), ~~(5,7)~~, (3,5), (1,7)

□ 9)- Với cạnh (5,7)

▣ $T \cup \{(5,7)\}$ tạo thành chu trình.

□ 10)- Với cạnh (3,5)

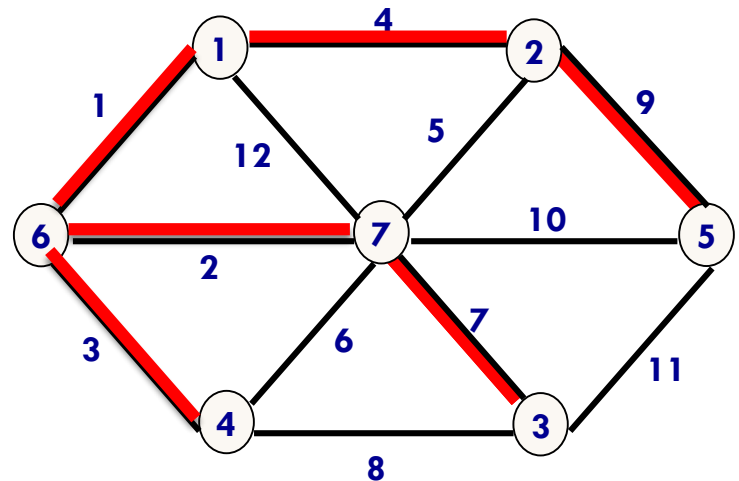
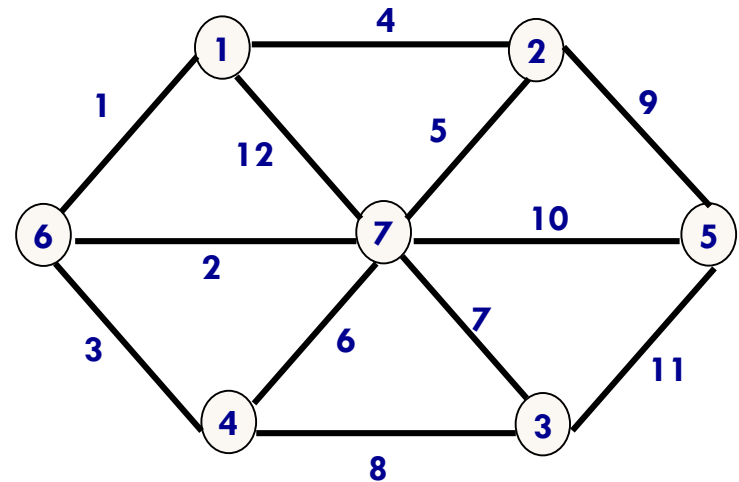
▣ $T \cup \{(3,5)\}$ tạo thành chu trình.



Giải thuật Kruskal

$(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), \cancel{(2,7)}, \cancel{(4,7)}, (3,7), \cancel{(3,4)}, (2,5), \cancel{(5,7)}, \cancel{(3,5)}, \cancel{(1,7)}$

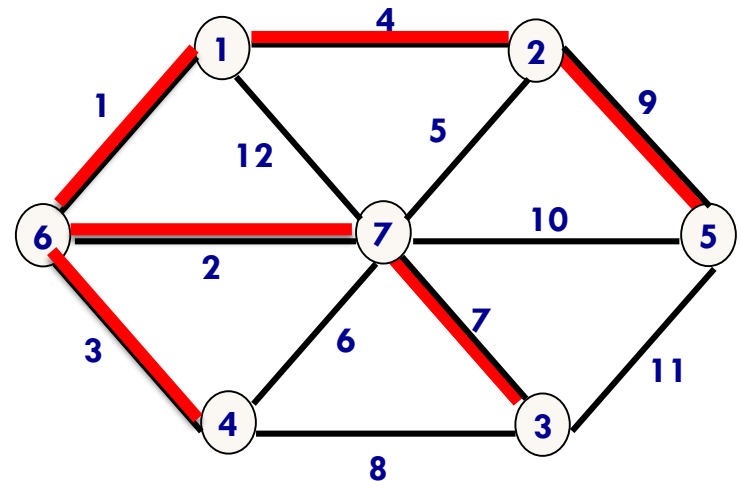
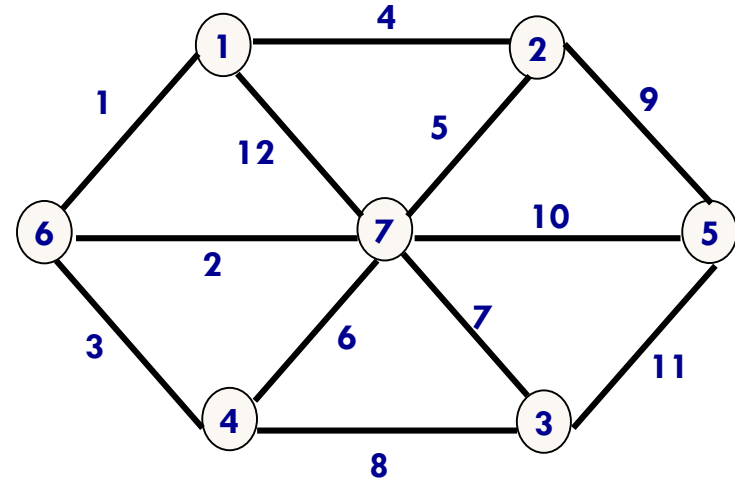
- 9)- Với cạnh $(5,7)$
 - ▣ $T \cup \{(5,7)\}$ tạo thành chu trình.
- 10)- Với cạnh $(3,5)$
 - ▣ $T \cup \{(3,5)\}$ tạo thành chu trình.



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), ~~(3,4)~~, (2,5), ~~(5,7)~~, ~~(3,5)~~, ~~(1,7)~~

- 9)- Với cạnh (5,7)
 - ▣ $T \cup \{(5,7)\}$ tạo thành chu trình.
- 10)- Với cạnh (3,5)
 - ▣ $T \cup \{(3,5)\}$ tạo thành chu trình.
- 11)- Với cạnh (1,7)
 - ▣ $T \cup \{(1,7)\}$ tạo thành chu trình.



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), ~~(3,4)~~, (2,5), ~~(5,7)~~, (3,5), ~~(1,7)~~

□ 9)- Với cạnh (5,7)

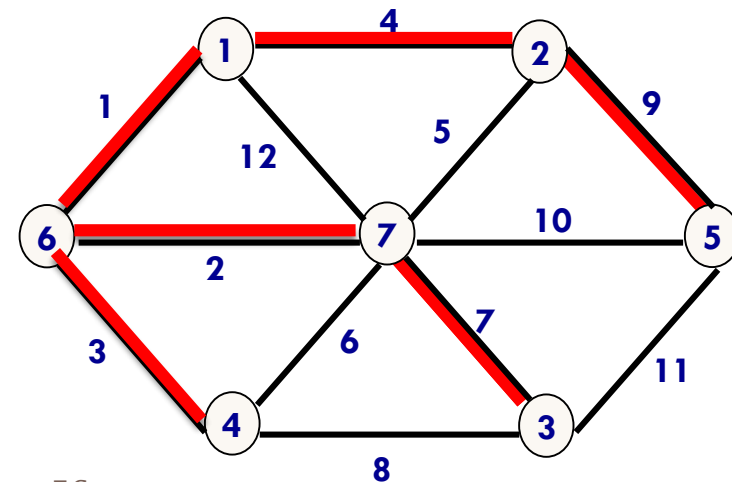
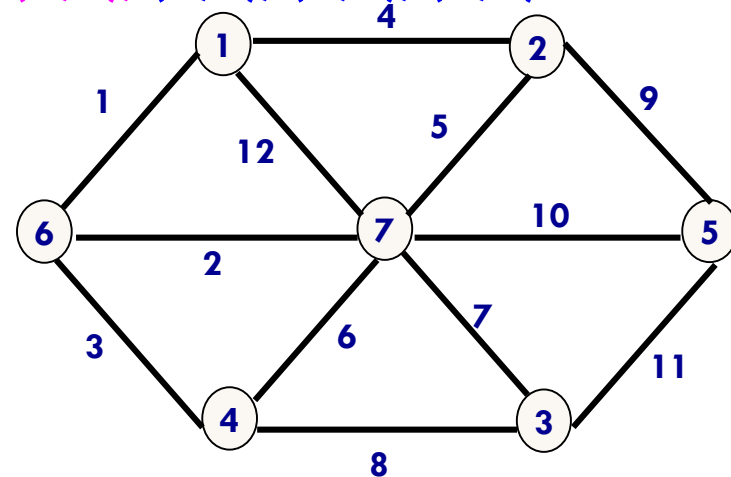
▣ $T \cup \{(5,7)\}$ tạo thành chu trình.

□ 10)- Với cạnh (3,5)

▣ $T \cup \{(3,5)\}$ tạo thành chu trình.

□ 11)- Với cạnh (1,7)

▣ $T \cup \{(1,7)\}$ tạo thành chu trình.



Giải thuật Kruskal

(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), ~~(2,7)~~, ~~(4,7)~~, (3,7), ~~(3,4)~~, (2,5), ~~(5,7)~~, (3,5), ~~(1,7)~~

□ 9)- Với cạnh (5,7)

▣ $T \cup \{(5,7)\}$ tạo thành chu trình.

□ 10)- Với cạnh (3,5)

▣ $T \cup \{(3,5)\}$ tạo thành chu trình.

□ 11)- Với cạnh (1,7)

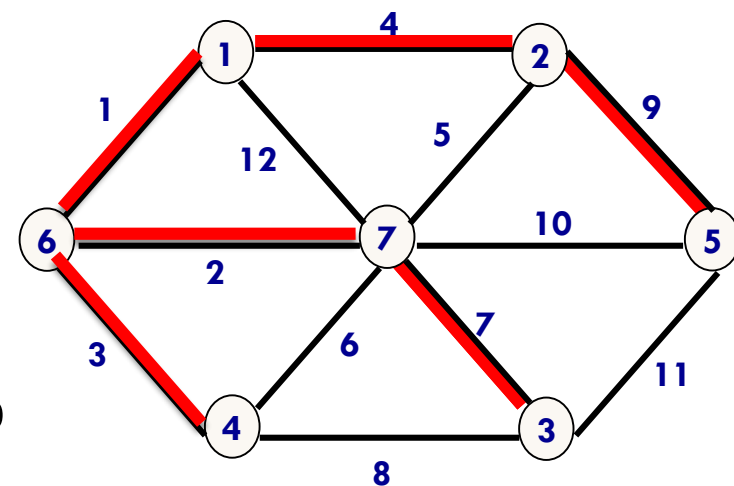
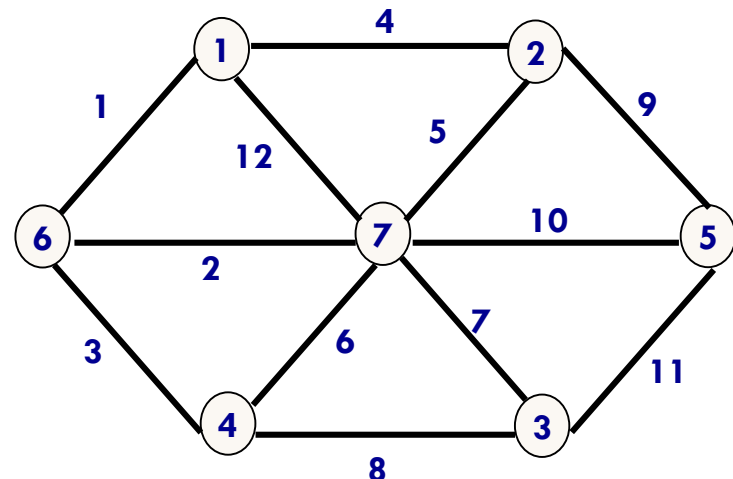
▣ $T \cup \{(1,7)\}$ tạo thành chu trình.

□ Kết quả

▣ $T =$

$\{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), (3,7), (2,5)\}$

▣ Cây khung nhỏ nhất J trên đồ thị có trọng lượng $w(J)=26$ là:



Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

58

- Tìm cây khung có trọng lượng nhỏ nhất trong đồ thị được cho bởi ma trận trọng số sau

	A	B	C	D	E	F	G	H	K
A		1	1						1
B							9	2	8
C				6					2
D					1	5		4	3
E						2			
F							9	3	
G								9	
H									7
K									

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

59

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, CK, EF, DK, FH, DH, DF, CD, HK, BK, BG, FG, GH$
- Khởi đầu
 - ▣ $T=\{(AB)\}$
 - ▣ $w(J)=w(AB)=1$

	A	B	C	D	E	F	G	H	K
A		1	1						1
B							9	2	8
C				6					2
D					1	5		4	3
E						2			
F							9	3	
G								9	
H									7
K									

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

60

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, CK, EF, DK, FH, DH, DF, CD, HK, BK, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 1)- Với cạnh (AC)
 - ▣ $T \cup \{(AC)\}$ không tạo thành chu trình.
 - ▣ $T = T \cup \{(AC)\} = \{(AB), (AC)\}$
 - ▣ $w(J) = w(J) + w(AC) = 1 + 1 = 2$

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

61

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, CK, EF, DK, FH, DH, DF, CD, HK, BK, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 2)- Với cạnh (AK)
 - $T \cup \{(AK)\}$ không tạo thành chu trình.
 - $T = T \cup \{(AK)\} = \{(AB), (AC), (AK)\}$
 - $w(J) = w(J) + w(AK) = 2 + 1 = 3$

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, CK, EF, DK, FH, DH, DF, CD, HK, BK, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 3)- Với cạnh (DE)
 - $T \cup \{(DE)\}$ không tạo thành chu trình.
 - $T = T \cup \{(DE)\} = \{(AB), (AC), (AK), (DE)\}$
 - $w(J) = w(J) + w(DE) = 3 + 1 = 4$

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

63

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, CK, EF, DK, FH, DH, DF, CD, HK, BK, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 4)- Với cạnh (BH)
 - $T \cup \{(BH)\}$ không tạo thành chu trình.
 - $T = T \cup \{(BH)\} = \{(AB), (AC), (AK), (DE), (BH)\}$
 - $w(J) = w(J) + w(BH) = 4 + 2 = 6$

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

64

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, \cancel{CK}, EF, DK, FH, DH, DF, CD, HK, BK, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 5)- Với cạnh (CK)
 - $T \cup \{(CK)\}$ tạo thành chu trình.
- 6)- Với cạnh (EF)
 - $T \cup \{(EF)\}$ không tạo thành chu trình.
 - $T = T \cup \{(EF)\} = \{(AB), (AC), (AK), (DE), (BH), (EF)\}$
 - $w(J) = w(J) + w(EF) = 6 + 2 = 8$

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, \cancel{CK}, EF, DK, \cancel{FH}, DH, DF, CD, HK, BK, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 7)- Với cạnh (DK)
 - $T \cup \{(DK)\}$ không tạo thành chu trình.
 - $T = T \cup \{(DK)\} = \{(AB), (AC), (AK), (DE), (BH), (EF), (DK)\}$
 - $w(J) = w(J) + w(DK) = 8 + 3 = 11$
- 8)- Với cạnh (FH)
 - $T \cup \{(FH)\}$ tạo thành chu trình.

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

66

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, \cancel{CK}, EF, DK, \cancel{FH}, \cancel{DH}, \cancel{DF}, \cancel{CD}, HK, BK, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 9)- Với cạnh (DH)
 - ▣ $T \cup \{(DH)\}$ tạo thành chu trình.
- 10)- Với cạnh (DF)
 - ▣ $T \cup \{(DF)\}$ tạo thành chu trình.
- 11)- Với cạnh (CD)
 - ▣ $T \cup \{(CD)\}$ tạo thành chu trình.

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

67

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, \cancel{CK}, EF, DK, \cancel{FH}, \cancel{DH}, \cancel{DF}, \cancel{CD}, \cancel{HK}, \cancel{BK}, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 12)- Với cạnh (HK)
 - ▣ $T \cup \{(HK)\}$ tạo thành chu trình.
- 13)- Với cạnh (BK)
 - ▣ $T \cup \{(BK)\}$ tạo thành chu trình.

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

68

- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
- Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
- $AB, AC, AK, DE, BH, \cancel{CK}, EF, DK, \cancel{FH}, \cancel{DH}, \cancel{DF}, \cancel{CD}, \cancel{HK}, \cancel{BK}, BG, FG, GH$
- Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
- 14)- Với cạnh (BG)
 - $T \cup \{(BG)\}$ không tạo thành chu trình.
 - $T = T \cup \{(BG)\} = \{(AB), (AC), (AK), (DE), (BH), (EF), (DK), (BG)\}$
 - $w(J) = w(J) + w(DK) = 11 + 9 = 20$

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

69

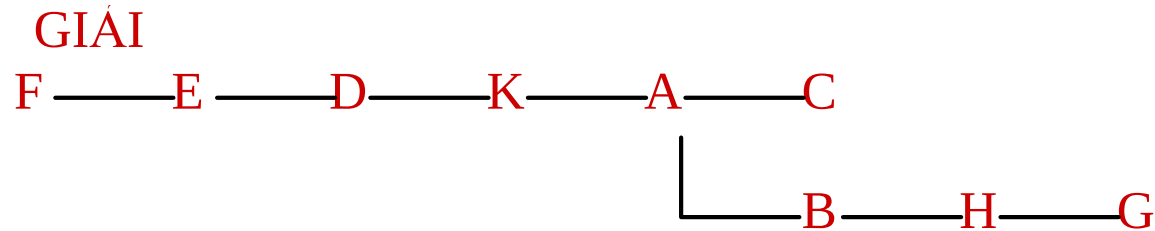
- $G=(X,U)$ là một đồ thị vô hướng
 - Sắp xếp thứ tự các cạnh theo trọng số tăng dần
 - $AB, AC, AK, DE, BH, \cancel{CK}, EF, DK, \cancel{FH}, \cancel{DH}, \cancel{DF}, \cancel{CD}, \cancel{HK}, \cancel{BK}, BG, \cancel{FG}, GH$
 - Bước lặp, đọc lần lượt danh sách các cạnh
 - 15)- Với cạnh (BG)
 - ▣ $T \cup \{(FG)\}$ tạo thành chu trình.
 - 16)- Với cạnh (GH)
 - ▣ $T \cup \{(GH)\}$ tạo thành chu trình.
- => Cây có trọng lượng $w(J)=20$ với các cạnh $AB, AC, AK, DE, BH, EF, DK, BG$

Bài tập

Đề thi 2012, lần 1

70

- Tìm cây khung có trọng lượng nhỏ nhất trong đồ thị được cho bởi ma trận trọng số sau



Trọng lượng cây : 20

Giải thuật Prim

□ Khởi tạo

- s là đỉnh được chọn trước
- $S = \{s\}$ $T = \emptyset$ $w(J) = 0$

□ Giải thuật

- while $S \neq X$ do {
 - $M = \{j \text{ kề của } S\}$
 - for $j \in M$ {
 - Tìm $i \in S$ sao cho i gần j nhất
 - Gán nhãn cho đỉnh j : $((i,j), w(i,j))$
 - }endfor
 - Chọn đỉnh có nhãn (trọng số) nhỏ nhất có thể trong các đỉnh được gán nhãn v, khi thêm vào S **không tạo ra chu trình**: $((u, v), w(u, v))$
 - Khi đó cập nhật
 - $S = S + \{v\}$
 - $T = T + \{(u,v)\}$
 - $w(J) = w(J) + w(u,v)$
- }endwhile

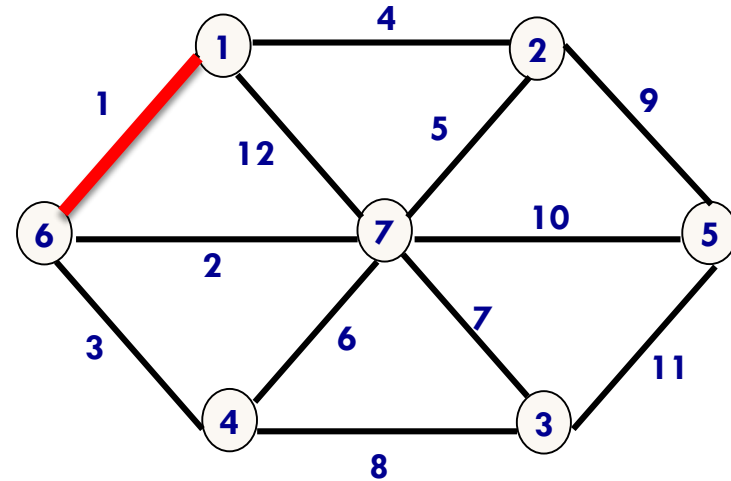
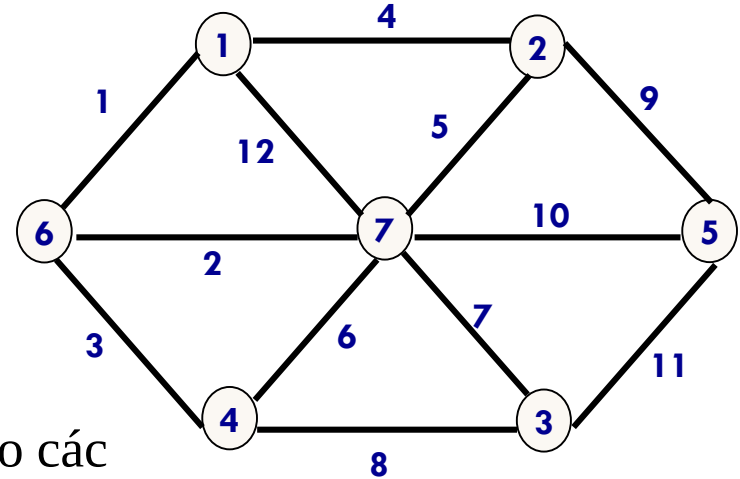
Giải thuật Prim

□ Khởi tạo

- $s = 1$
- $S = \{1\}$
- $T = \emptyset$

□ Các bước lặp

- 1)- Với $S = \{1\} \neq X$ thực hiện
 - Xác định $M = \{2, 6, 7\}$. Gán nhãn cho các đỉnh trong M
 - **2**: $((1,2),4)$
 - **6**: $((1,6),1)$
 - **7**: $((1,7),12)$ **nhãn nhỏ nhất**
 - Cập nhật:
 - $S = S + \{6\} = \{1,6\}$
 - $T = T + \{(1,6)\} = \{(1,6)\}$
 - $w(J) = 1$



Bước 1)

$$S = S + \{6\} = \{1, 6\}$$

$$T = T + \{(1, 6)\} = \{(1, 6)\}$$

$$w(J) = 1$$

Giải thuật Prim

□ 2)- Với $S = \{1, 6\} \neq X$ thực hiện

▣ Xác định $M = \{2, 4, 7\}$. Gán nhãn cho các cạnh trong M

■ 2: $((1, 2), 4)$

■ 4: $((6, 4), 3)$

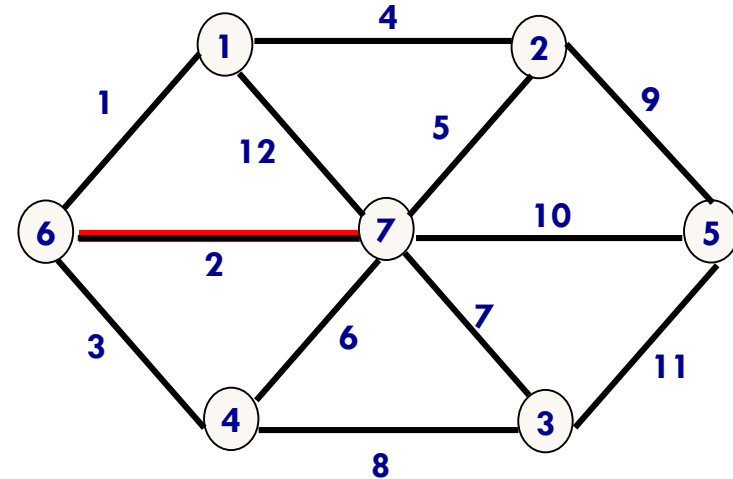
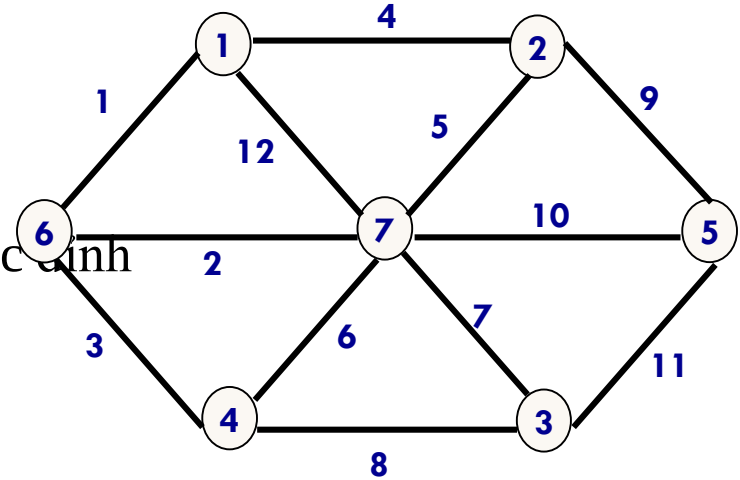
■ 7: $((6, 7), 2)$ **nhãn nhỏ nhất**

▣ Cập nhật:

■ $S = S + \{7\} = \{1, 6, 7\}$

■ $T = T + \{(6, 7)\} = \{(1, 6), (6, 7)\}$

■ $w(J) = 1 + 2 = 3$



Bước 2)

$$S = S + \{7\} = \{1, 6, 7\}$$

$$T = T + \{(6,7)\} = \{(1,6), (6,7)\}$$

$$w(J) = 1 + 2 = 3$$

Giải thuật Prim

□ 3)- Với $S = \{1, 6, 7\} \neq X$ thực hiện :

▣ Xác định $M = \{2, 3, 4, 5\}$. Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ 2: $((1,2),4)$

■ 3: $((7,3),7)$

■ 4: $((6,4),3)$ **nhãn nhỏ nhất**

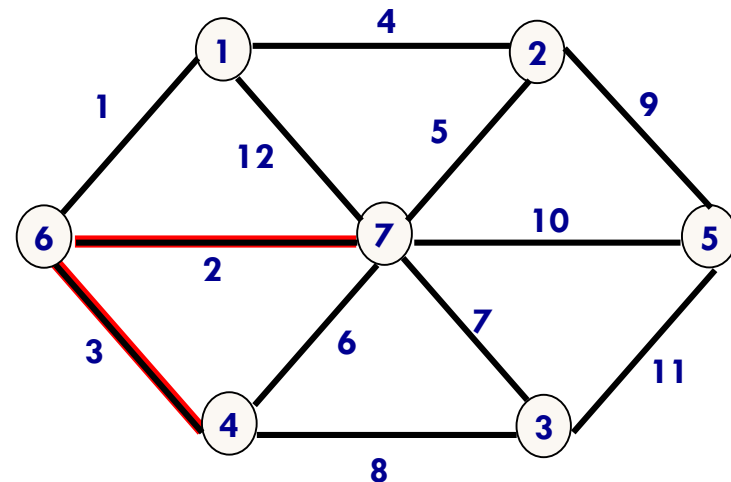
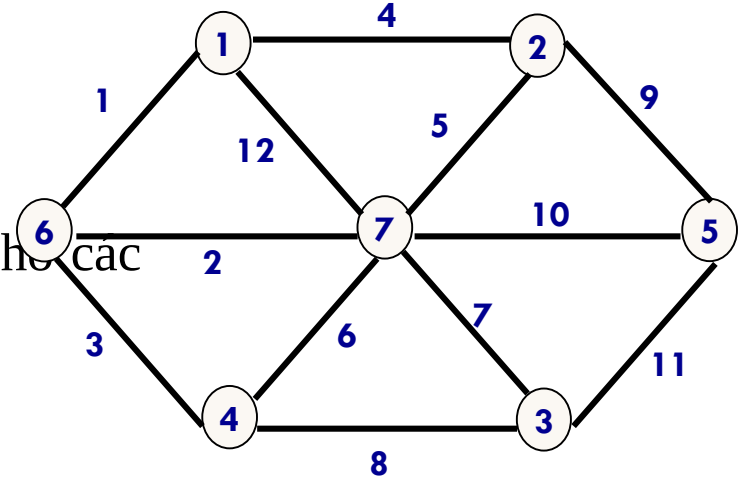
■ 5: $((7,5),10)$

▣ Cập nhật:

■ $S = S + \{4\} = \{1, 6, 7, 4\}$

■ $T = T + \{(4, 6)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6)\}$

■ $w(J) = 3 + 3 = 6$



Bước 3)

$$S = S + \{4\} = \{1, 6, 7, 4\}$$

$$T = T + \{(4, 6)\} = \{(1, 6), (6, 7), (4, 6)\}$$

$$w(J) = 3 + 3 = 6$$

Giải thuật Prim

□ 4)- Với $S = \{1, 6, 7, 4\} \neq X$ thực hiện :

▣ Xác định $M = \{2, 3, 5\}$. Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ 2: $((1, 2), 4)$

nhãn nhỏ nhất

■ 3: $((7, 3), 7)$

■ 5: $((7, 5), 10)$

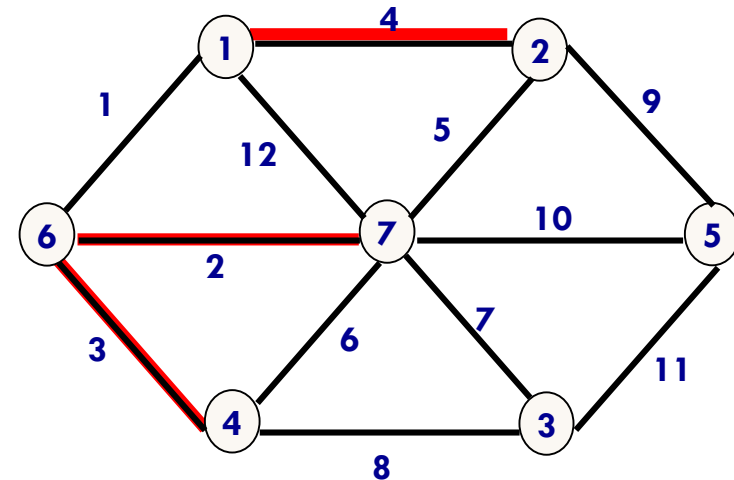
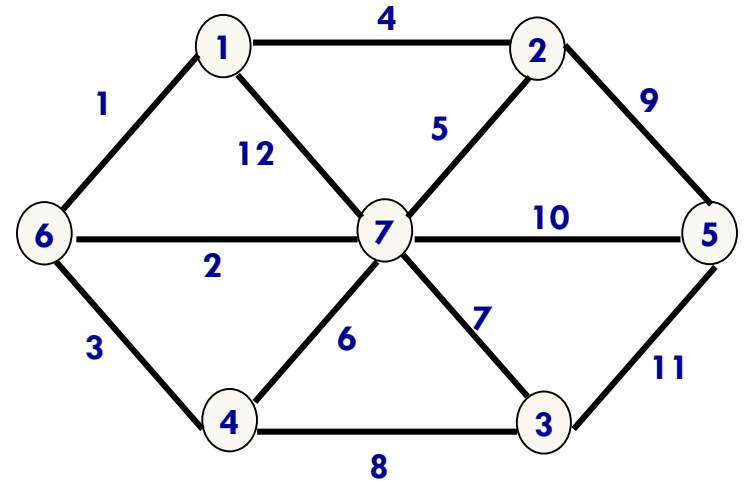
▣ Cập nhật:

■ $S = S + \{2\} = \{1, 2, 6, 4, 7\}$

■ $T = T + \{(1, 2)\}$

$= \{(1, 6), (6, 7), (4, 6), (1, 2)\}$

■ $w(J) = 6 + 4 = 10$



Bước 4)

$$S = S + \{2\} = \{1, 2, 6, 4, 7\}$$

$$T = T + \{(1,2)\} = \{(1,6), (6,7),$$

$$(4,6), (1,2)\}$$

$$w(J) = 6 + 4 = 10$$

Giải thuật Prim

□ 5)- Với $S = \{1, 6, 7, 4, 2\} \neq X$ thực hiện :

▣ Xác định $M = \{3, 5\}$. Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ 3: $((7,3),7)$ nhãn nhỏ nhất

■ 5: $((2,5),9)$

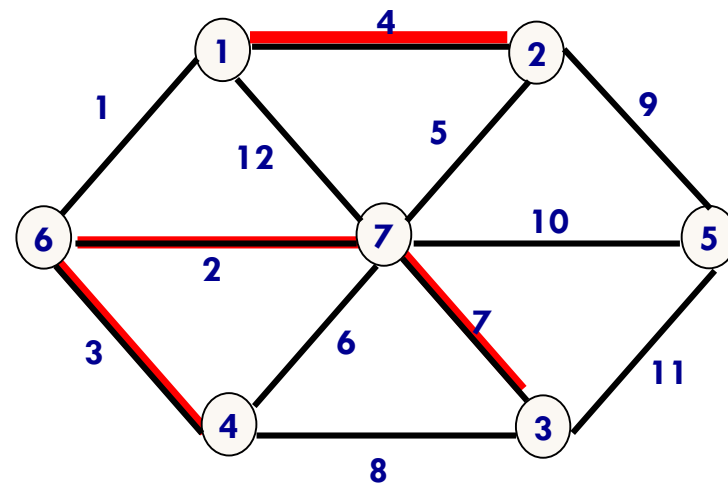
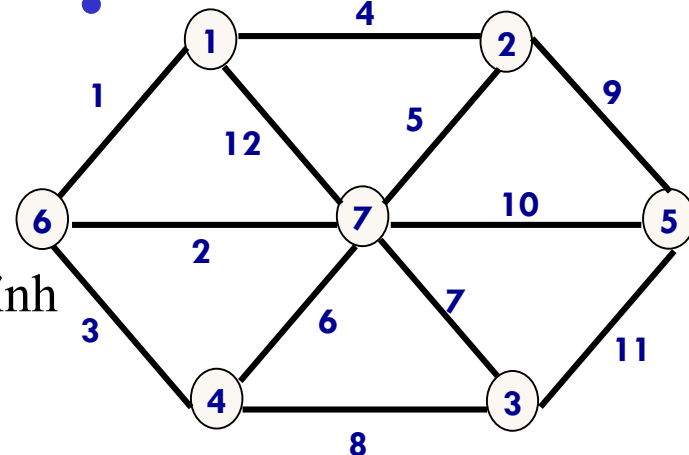
▣ Cập nhật:

■ $S = S + \{3\} = \{1, 2, 3, 6, 4, 7\}$

■ $T = T + \{(7,3)\}$

$= \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), (7,3)\}$

■ $w(J) = 10 + 7 = 17$



Bước 5)

$S = S + \{3\} = \{1, 2, 3, 6, 4, 7\}$

$T = T + \{(7,3)\} = \{(1,6), (6,7),$

$(4,6), (1,2), (7,3)\}$

$w(J) = 10 + 7 = 17$

Giải thuật Prim

□ 6)- Với $S = \{1, 6, 7, 4, 2, 3\} \neq X$ thực hiện :

▣ Xác định $M = \{5\}$. Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ 5: $((2,5),9)$ nhãn nhỏ nhất

▣ Cập nhật:

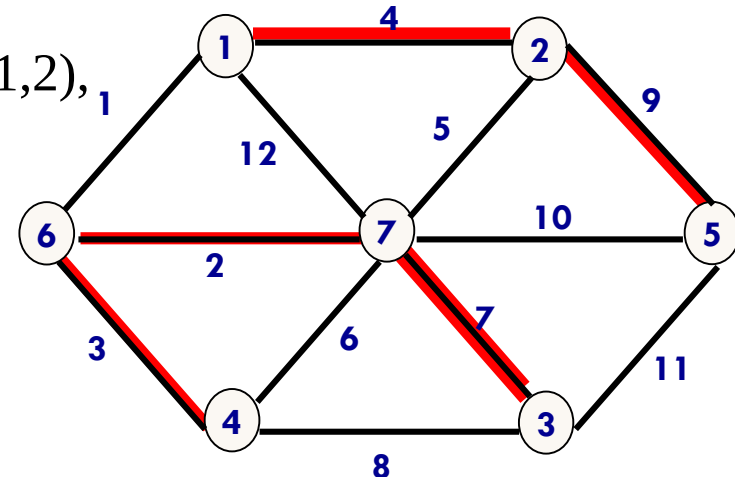
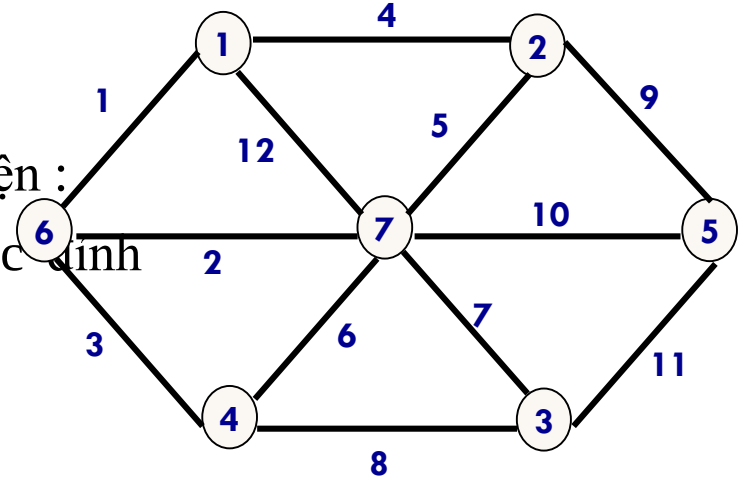
■ $S = S + \{5\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 5\}$

■ $T = T + \{(2,5)\} = \{(1,6), (6,7), (4,6), (1,2), (7,3), (2,5)\}$

■ $w(J) = 17 + 9 = 26$

□ 7)- Vì $S = \{1, 6, 7, 4, 2, 3, 5\} = X$

□ $\Rightarrow$ kết thúc giải thuật



BÀI TẬP

Đề thi 2012, lần 1

Tìm cây khung có trọng lượng nhỏ nhất trong đồ thị được cho bởi ma trận trọng số sau

	A	B	C	D	E	F	G	H	K
A		1	1						1
B							9	2	8
C				6					2
D					1	5		4	3
E						2			
F							9	3	
G								9	
H									7
K									

BÀI TẬP

Đề thi 2010, lần 2

□ Khởi tạo

- ▣ $s = 1$ $S = \{1\}$
- ▣ $T = \emptyset$ $w(J) = 0$

□ Các bước lặp

- ▣ 1)- Với $S = \{1\} \neq X$ thực hiện
 - Xác định $M = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- Gán nhãn cho các đỉnh trong M

- **2:** $((1,2),7)$
- **3:** $((1,3),8)$
- **4:** $((1,4),9)$
- **5:** $((1,5),10)$
- **6:** $((1,6),11)$
- **7:** $((1,7),12)$

Cập nhật:

$$S = S + \{2\} = \{1, 2\}$$

$$T = T + \{(1,2)\} = \{(1,2)\}$$

$$w(J) = 0 + 7 = 7$$

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

80

- Dùng giải thuật Prim trình bày cách tìm cây khung có trọng lượng nhỏ nhất (cây bao trùm tối thiểu) trên đồ thị vô hướng G có ma trận trọng số được cho như sau :

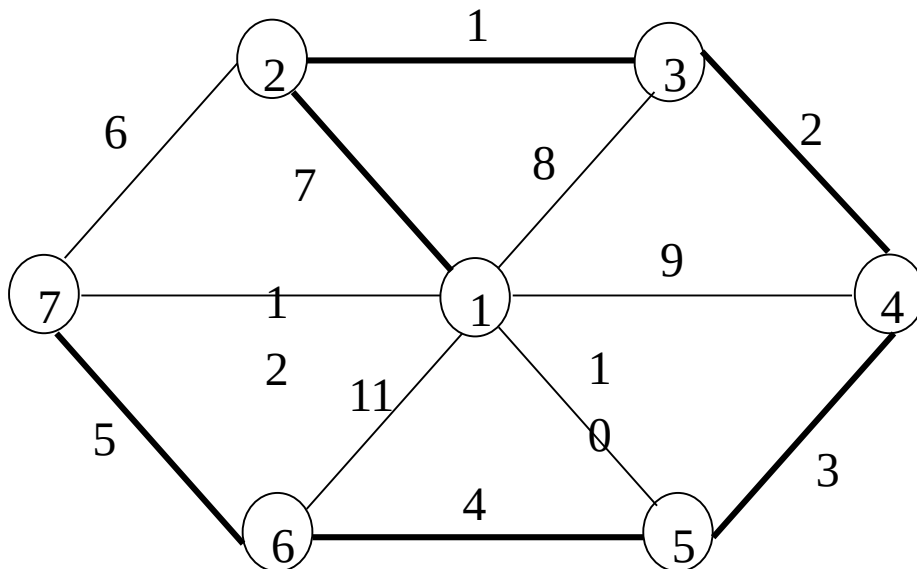
G	1	2	3	4	5	6	7
1		7	8	9	10	11	12
2			1				6
3				2			
4					3		
5						4	
6							5
7							

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

81

- Đỉnh chọn trước là 1
- Các cạnh thêm vào cây : $(1,7)$, $(1,2)$, $(1,6)$, $(1,4)$, $(4,3)$, $(4,5)$
- Vẽ cây khung có trọng lượng nhỏ nhất.



	1	2	3	4	5	6	7
1		7	8	9	10	11	12
2			1				6
3				2			
4					3		
5						4	
6							5
7							

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

82

□ Khởi tạo

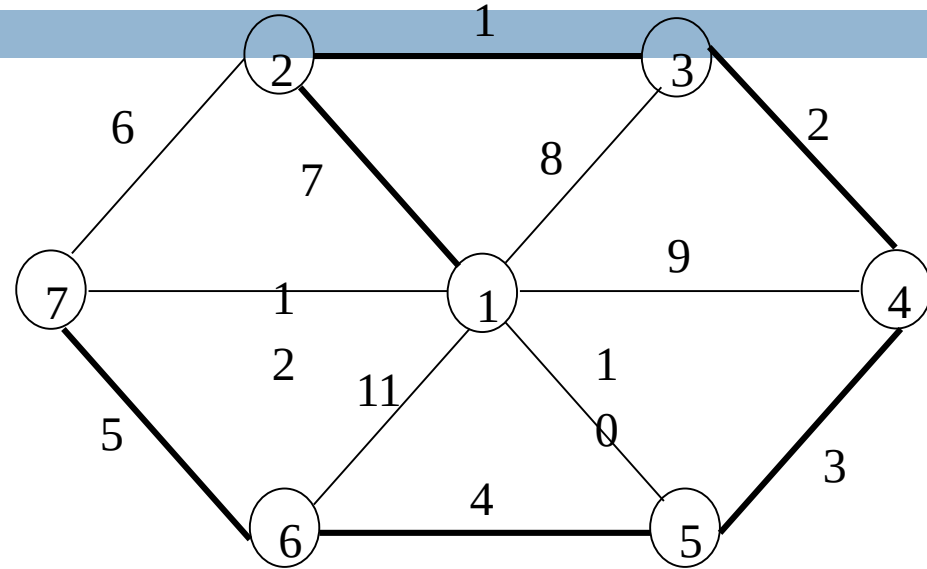
- $s = 1$ $S = \{1\}$
- $T = \emptyset$ $w(J) = 0$

□ Các bước lặp

- 1)- Với $S = \{1\} \neq X$ thực hiện
 - Xác định $M = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

- **2:** $((1,2),7)$
- **3:** $((1,3),8)$
- **4:** $((1,4),9)$
- **5:** $((1,5),10)$
- **6:** $((1,6),11)$
- **7:** $((1,7),12)$



Cập nhật:

$$S = S + \{2\} = \{1, 2\}$$

$$T = T + \{(1,2)\} = \{(1,2)\}$$

$$w(J) = 0 + 7 = 7$$

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

83

□ Các bước lặp

▣ 2)- Với $S = \{1,2\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{3,4,5,6,7\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

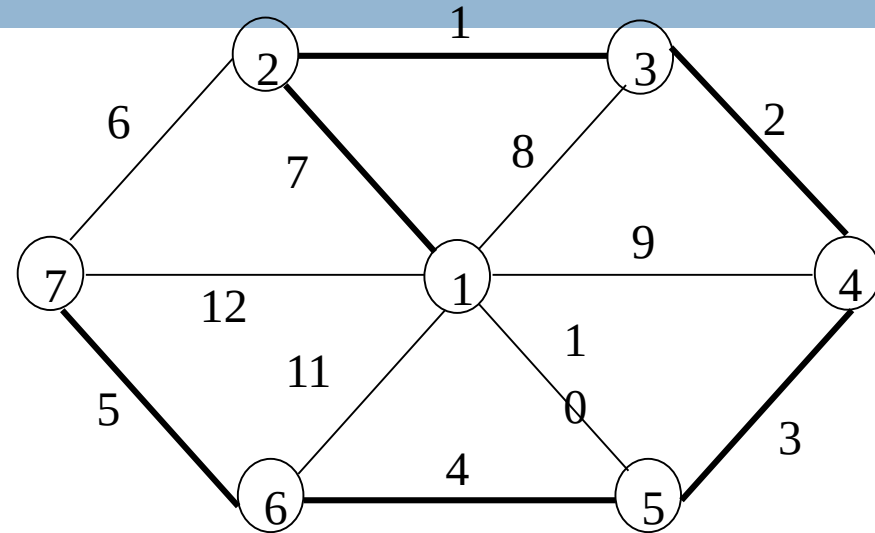
■ **3:** $((2,3),1)$

■ **4:** $((1,4),9)$

■ **5:** $((1,5),10)$

■ **6:** $((1,6),11)$

■ **7:** $((2,7),6)$



Cập nhật:

$$S = S + \{3\} = \{1,2,3\}$$

$$T = T + \{(2,3)\} = \{(1,2), (2,3)\}$$

$$w(J) = 7 + 1 = 8$$

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

84

□ Các bước lặp

▣ 3)- Với $S = \{1,2,3\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{4,5,6, 7\}$

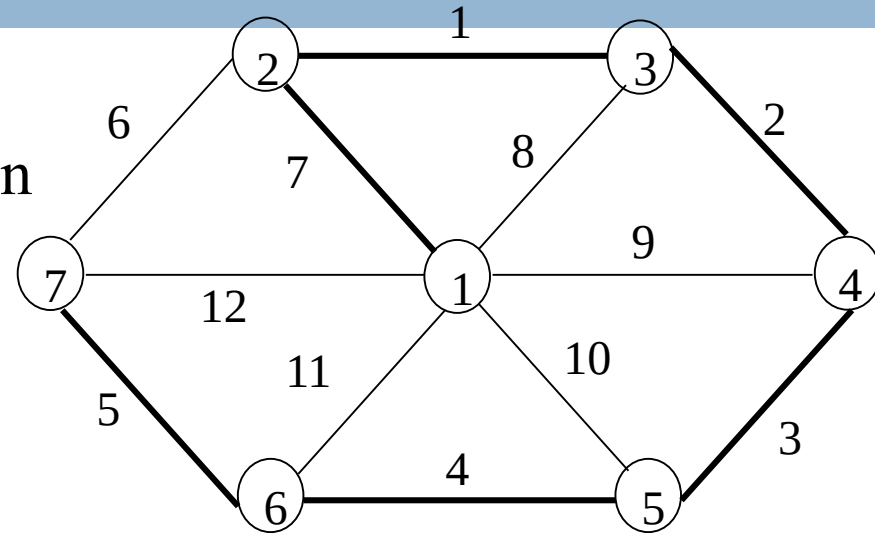
Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **4:** $((3,4),2)$

■ **5:** $((1,5),10)$

■ **6:** $((1,6),11)$

■ **7:** $((2,7),6)$



Cập nhật:

$$S = S + \{4\} = \{1,2,3,4\}$$

$$T = T + \{(3,4)\} = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$$

$$w(J) = 8 + 2 = 10$$

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

85

□ Các bước lặp

▣ 4)- Với $S = \{1,2,3,4\} \neq X$ thực hiện

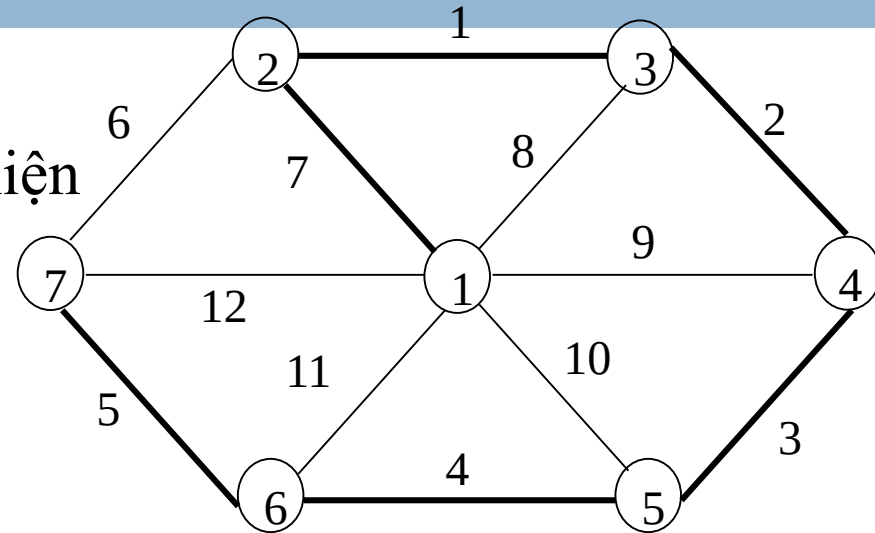
■ Xác định $M = \{5,6, 7\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **5**: $((4,5),3)$

■ **6**: $((1,6),11)$

■ **7**: $((2,7),6)$



Cập nhật:

$$S = S + \{5\} = \{1,2,3,4,5\}$$

$$T = T +$$

$$\{(4,5)\} = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$$

$$w(J) = 10 + 3 = 13$$

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

86

□ Các bước lặp

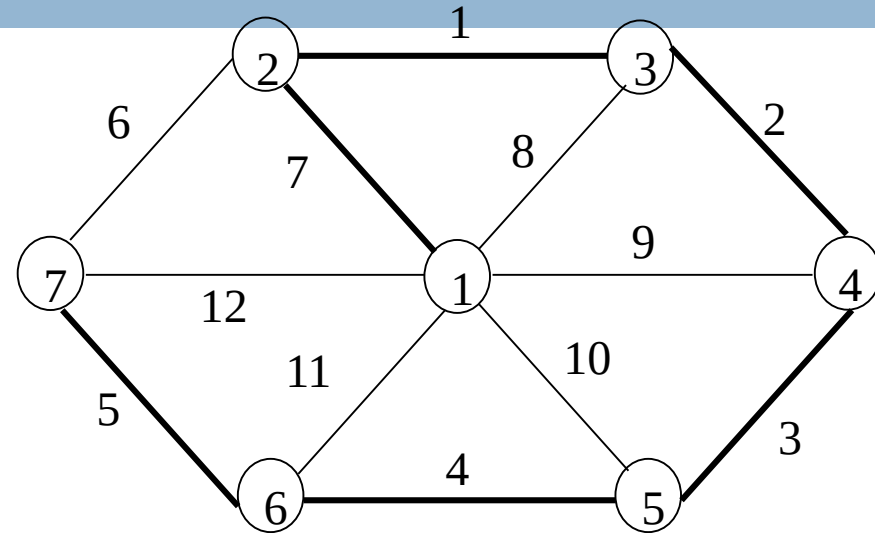
▣ 5)- Với $S = \{1,2,3,4,5\} \neq X$

■ Xác định $M = \{6, 7\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **6:** $((5,6),4)$

■ **7:** $((2,7),6)$



Cập nhật:

$$S = S + \{6\} = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$T = T + \{(5,6)\} = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\}$$

$$w(J) = 13 + 4 = 17$$

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

87

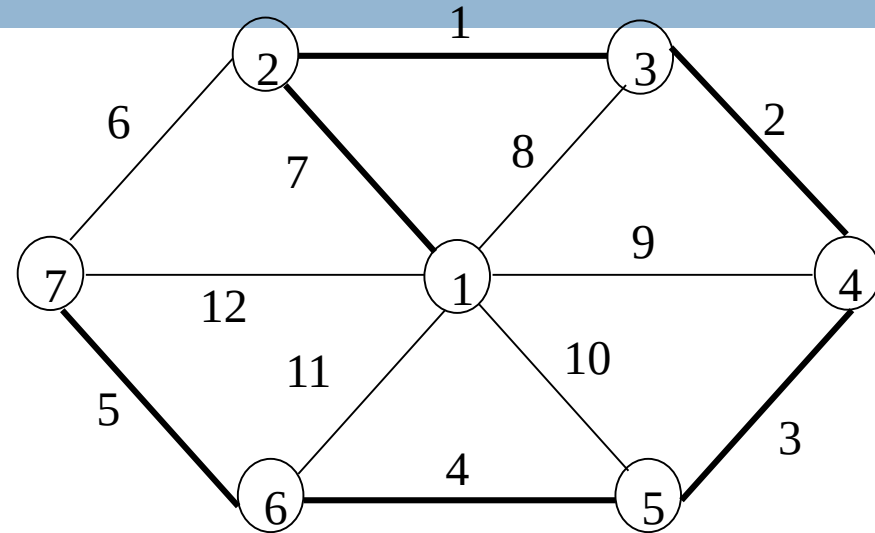
□ Các bước lặp

▣ 5)- Với $S = \{1,2,3,4,5,6\} \neq X$

■ Xác định $M = \{7\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **7**: $((6,7),5)$



Cập nhật:

$$S = S + \{7\} = \{1,2,3,4,5,6,7\}$$

$$T = T + \{(5,6)\} = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7)\}$$

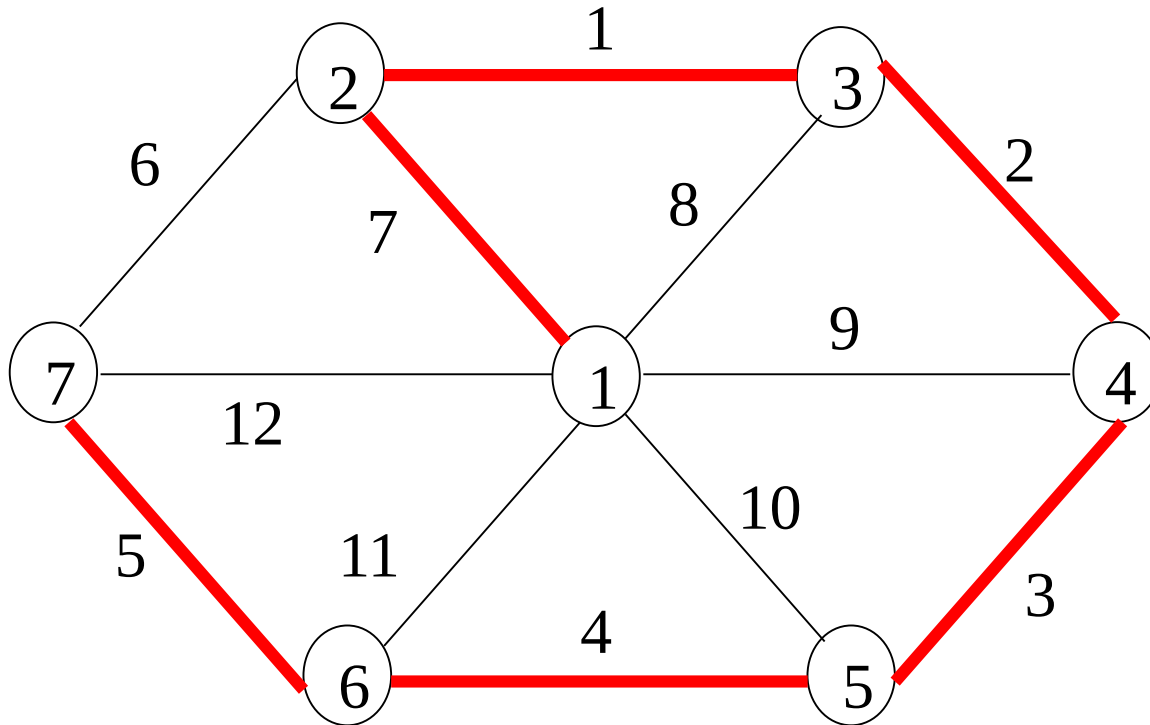
$$w(J) = 17 + 5 = 22$$

$S=X \Rightarrow$ giải thuật dừng: cây có trọng lượng bằng 22

Bài tập

Đề thi 2010, lần 2

88

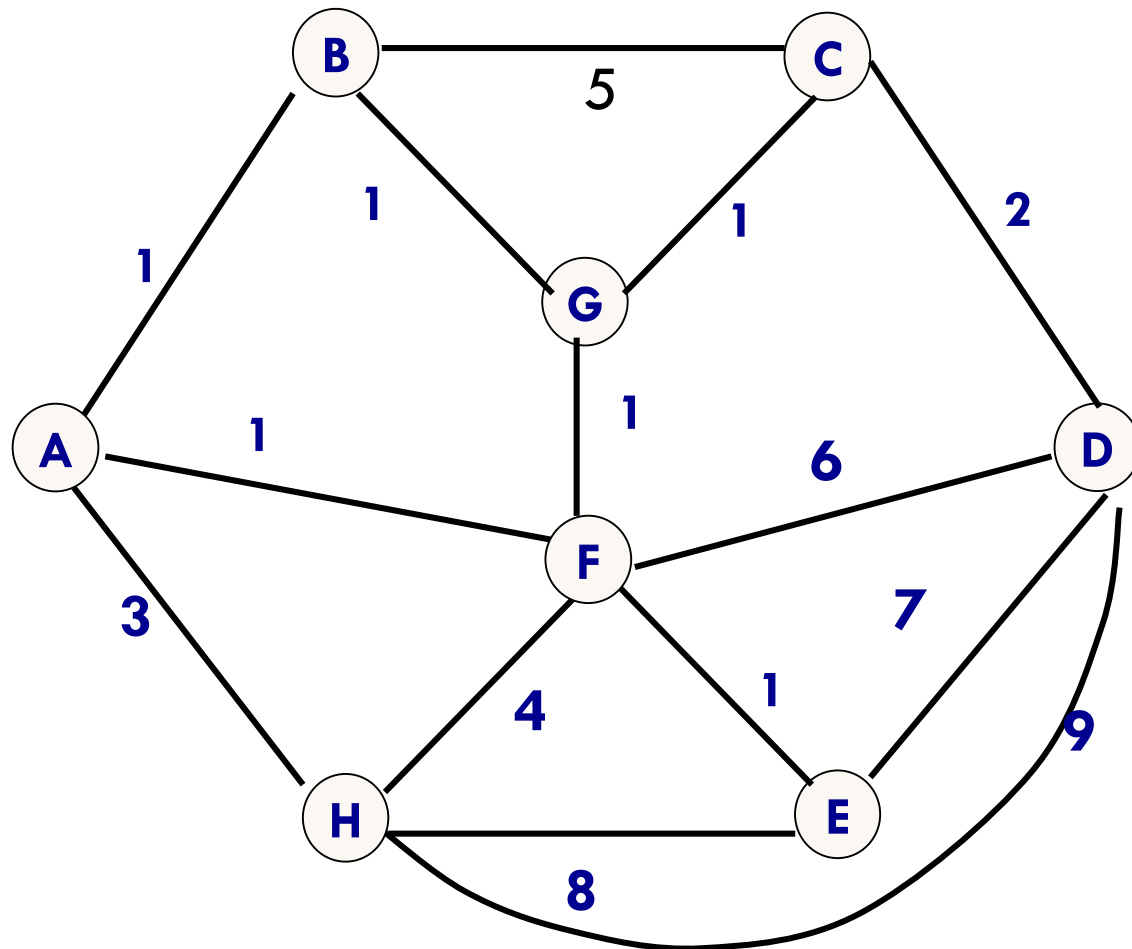


$$w(J)=22$$

Bài tập

89

- Tìm cây khung có trọng số nhỏ nhất từ đồ thị sau



Bài tập

90

□ Khởi tạo

■ $s = A$ $S = \{A\}$

■ $T = \emptyset$ $w(J) = 0$

□ Các bước lặp

■ 1)- Với $S = \{A\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{B, F, H\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **B**: $((A, B), 1)$

■ **F**: $((A, F), 1)$

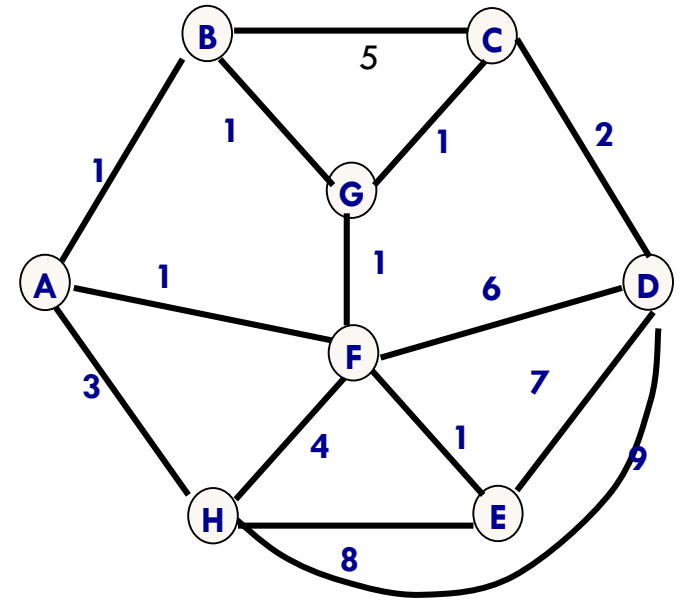
■ **H**: $((A, H), 3)$

■ Cập nhật:

■ $S = S + \{B\} = \{A, B\}$

■ $T = T + \{(A, B)\} = \{(A, B)\}$

■ $w(J) = 0 + 1$



Bài tập

91

□ Các bước lặp

□ 2)- Với $S = \{A, B\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{G, C, F, H\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **C**: $((B, C), 5)$

■ **G**: $((B, G), 1)$

■ **F**: $((A, F), 1)$

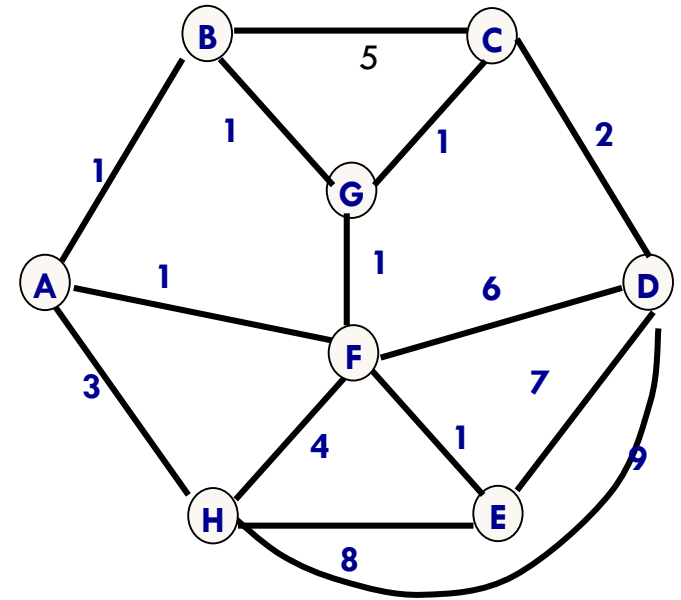
■ **H**: $((A, H), 3)$

■ Cập nhật:

■ $S = S + \{F\} = \{A, B, F\}$

■ $T = T + \{(A, F)\} = \{(A, B), (A, F)\}$

■ $w(J) = 1 + 1 = 2$



Bài tập

92

□ Các bước lặp

□ 3)- Với $S = \{A, B, F\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{C, G, D, E, H\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **C**: $((B, C), 5)$

■ **G**: $((B, G), 1)$

■ **D**: $((F, D), 6)$

■ **E**: $((F, E), 1)$

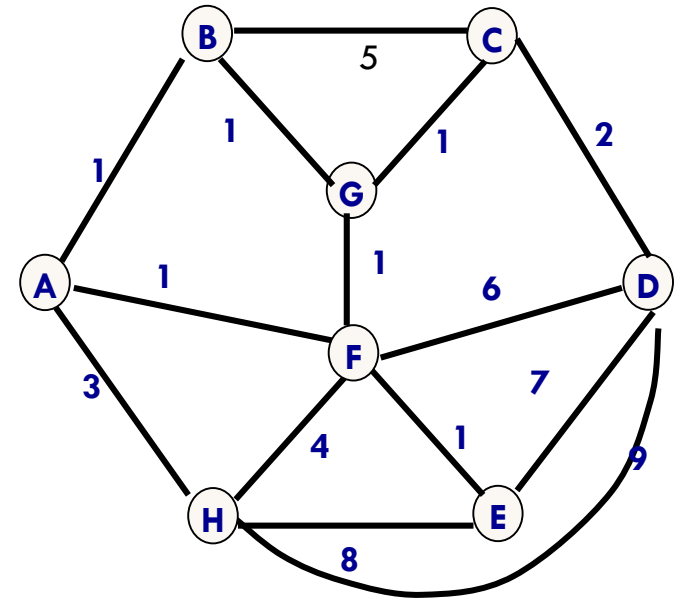
■ **H**: $((A, H), 3)$

■ Cập nhật:

■ $S = S + \{G\} = \{A, B, F, G\}$

■ $T = T + \{(B, G)\} = \{(A, B), (A, F), (B, G)\}$

■ $w(J) = 2 + 1 = 3$



Bài tập

93

□ Các bước lặp

□ 4)- Với $S = \{A, B, F, G\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{C, D, E, H\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **C**: $((G, C), 1)$

■ **D**: $((F, D), 6)$

■ **E**: $((F, E), 1)$

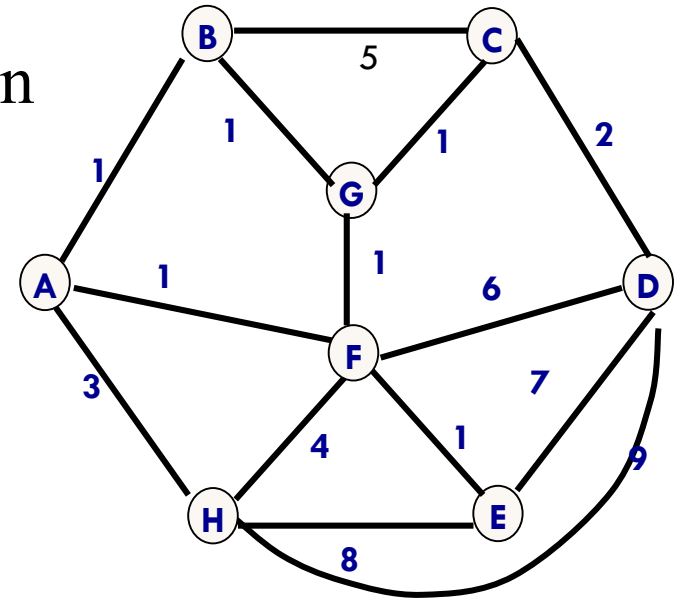
■ **H**: $((A, H), 3)$

■ Cập nhật:

■ $S = S + \{C\} = \{A, B, F, G, C\}$

■ $T = T + \{(G, C)\} = \{(A, B), (A, F), (B, G), (G, C)\}$

■ $w(J) = 3 + 1 = 4$



Bài tập

94

□ Các bước lặp

▣ 4)- Với $S = \{A, B, F, G, C\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{E, D, H\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **E**: $((F, E), 1)$

■ **D**: $((C, D), 2)$

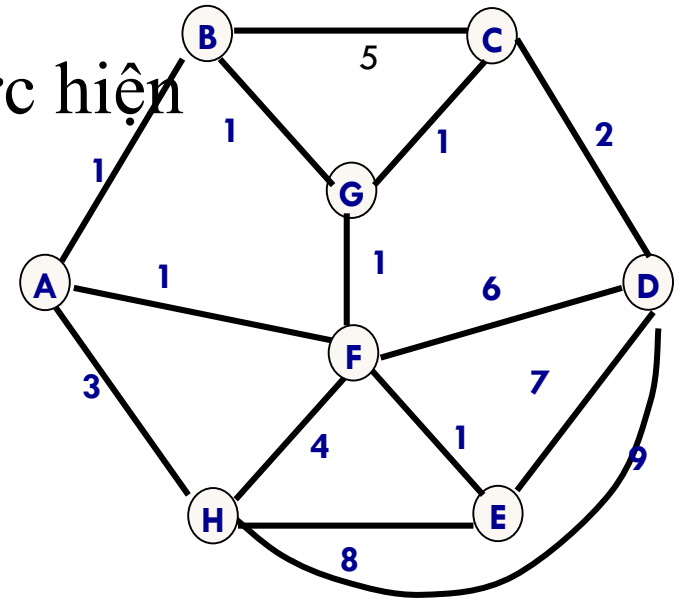
■ **H**: $((A, H), 3)$

■ Cập nhật:

■ $S = S + \{E\} = \{A, B, F, G, C, E\}$

■ $T = T + \{(FE)\} = \{(A, B), (AF), (BG), (GC), (FE)\}$

■ $w(J) = 4 + 1 = 5$



Bài tập

95

□ Các bước lặp

▣ 5)- Với $S = \{A, B, F, G, C, E\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{D, H\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **D:** $((C, D), 2)$

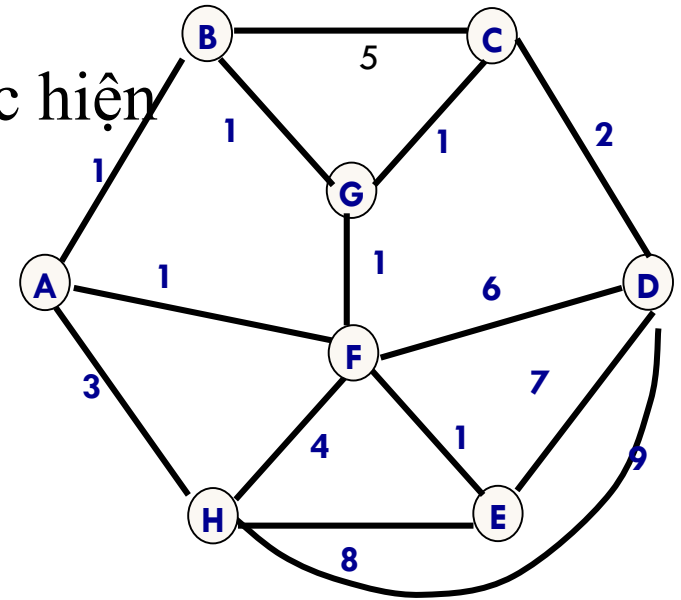
■ **H:** $((A, H), 3)$

■ Cập nhật:

■ $S = S + \{D\} = \{A, B, F, G, C, E, D\}$

■ $T = T + \{(CD)\} = \{(A, B), (AF), (BG), (GC), (FE), (CD)\}$

■ $w(J) = 5 + 2 = 7$



Bài tập

96

□ Các bước lặp

▣ 6)- Với $S = \{A, B, F, G, C, E, D\} \neq X$ thực hiện

■ Xác định $M = \{H\}$

Gán nhãn cho các đỉnh trong M

■ **H:** $((A, H), 3)$

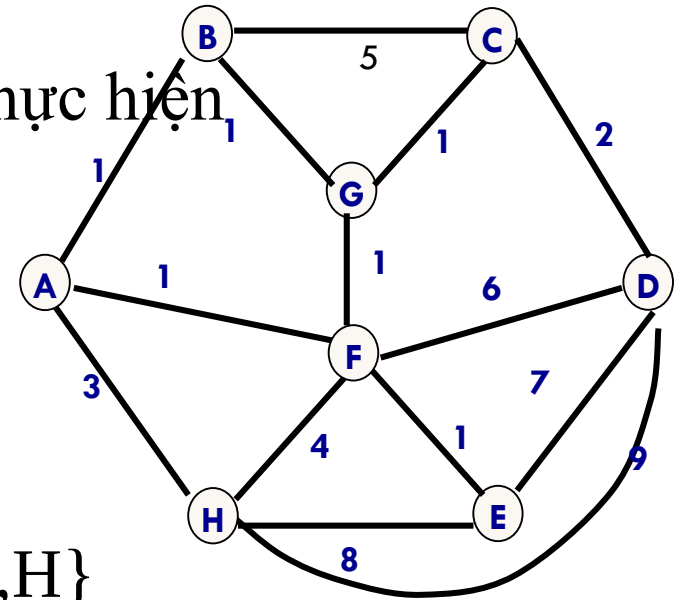
■ Cập nhật:

■ $S = S + \{H\} = \{A, B, F, G, C, E, D, H\}$

■ $T = T +$

$\{(AH)\} = \{(A, B), (A, F), (B, G), (G, C), (F, E), (C, D), (A, H)\}$

■ $w(J) = 7 + 3 = 10$

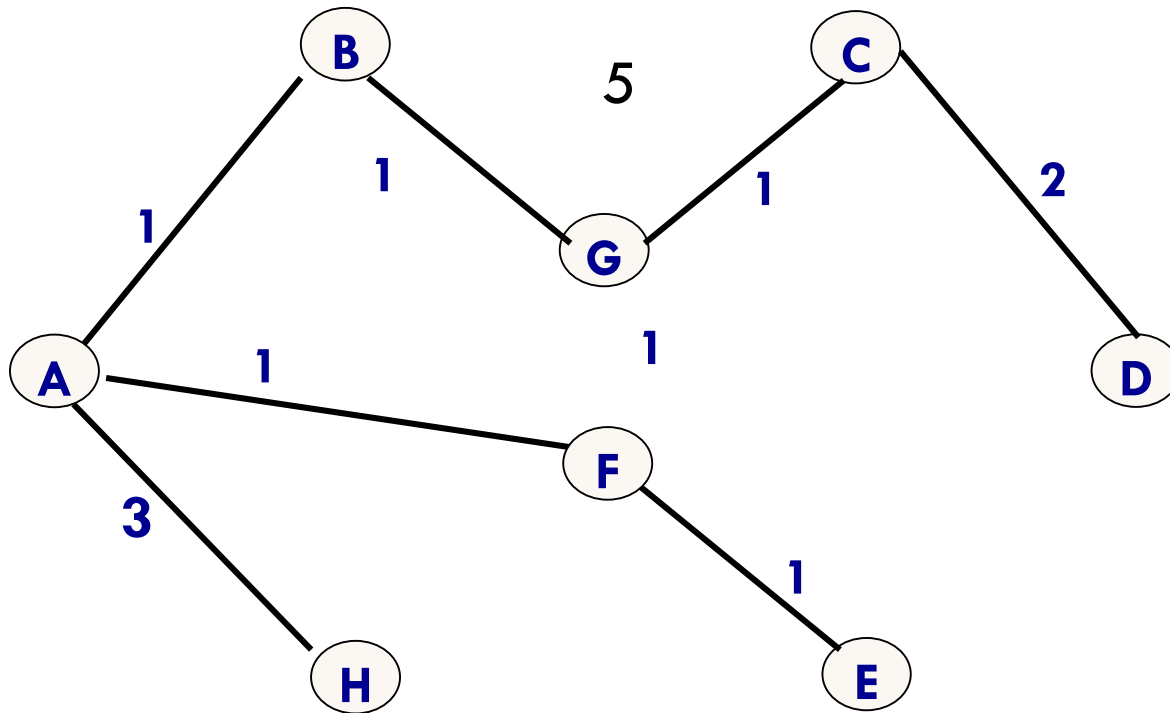


=> $S = X$: giải thuật dừng, cây có trọng lượng = 10

Bài tập

97

- Tìm cây khung có trọng số nhỏ nhất từ đồ thị sau
- $T = \{(A,B), (AF), (BG), (GC), (FE), (CD), (AH)\}$



BÀI TẬP

Đề thi năm 2013 (đợt 1)

98

Thuật toán tìm cây khung tối thiểu (Prim / Kruskal)

	A	B	C	D	E	F	G	H	K
A		2				1	7		
B	2		6				3	1	
C		6		3				7	4
D			3		4				9
E				4		8		7	6
F	1				8		6	3	
G	7	3				6		2	
H		1	7		7	3	2		3
K			4	9	6			3	

BÀI TẬP

Đề thi năm 2013 (đợt 1)

99

Thuật toán tìm cây khung tối thiểu (Prim / Kruskal)

